

به نام پروردگار مهربان

کنکور ۹۹

ویرایش جدید



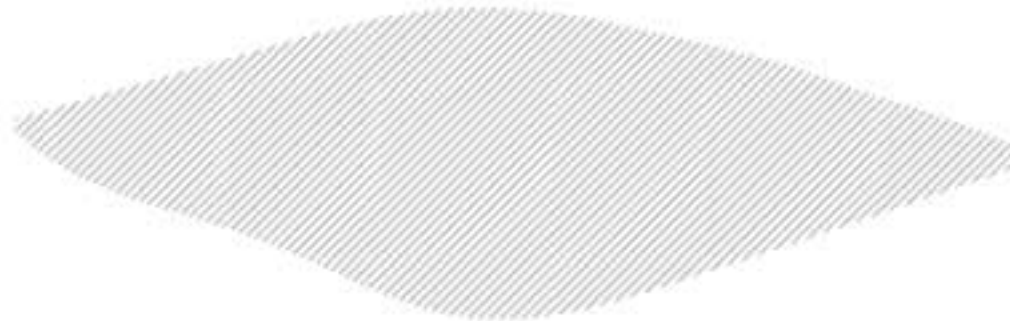
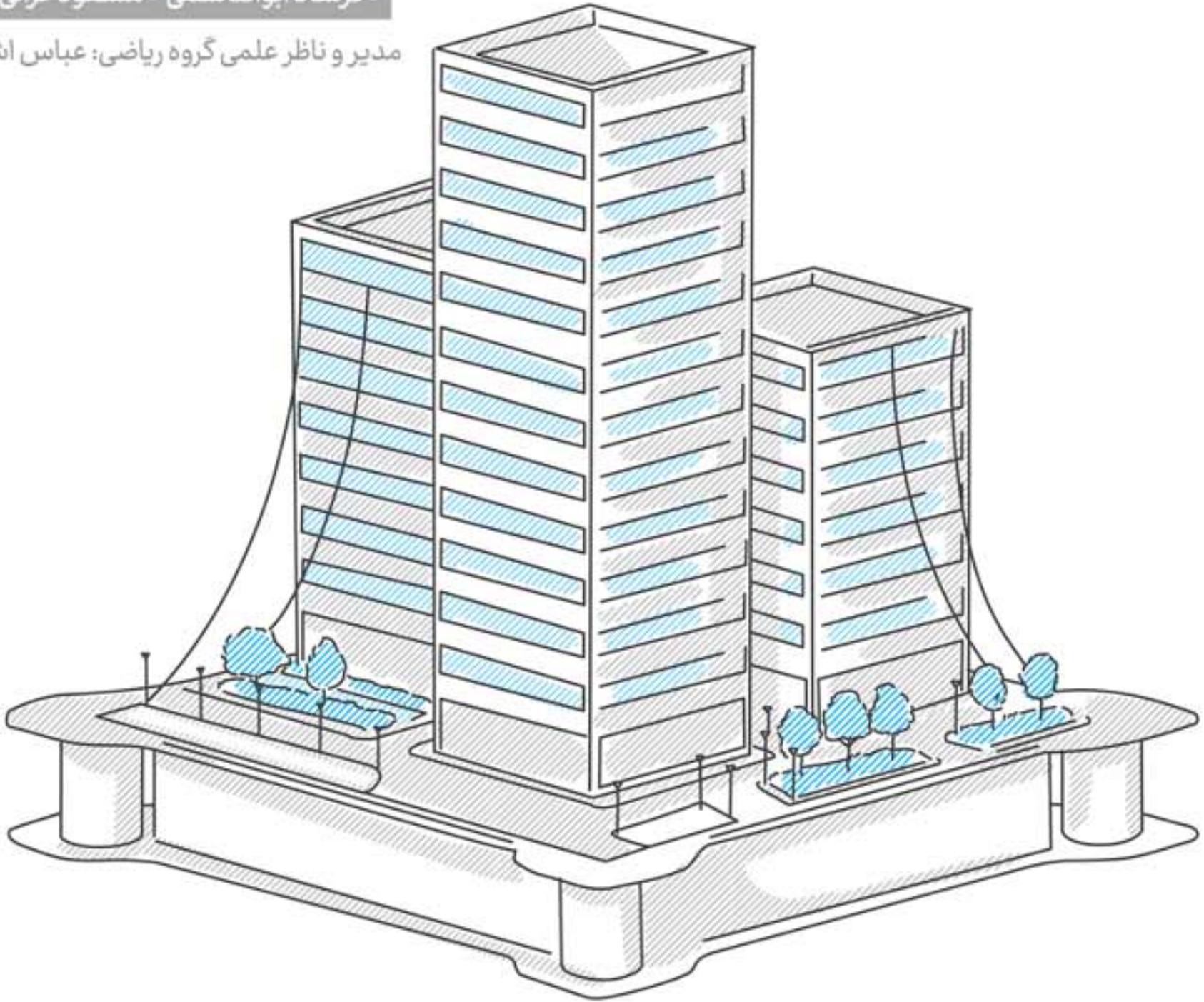
مهروماه

ریاضی و آمار جامع کنکور

دهم، یازدهم و دوازدهم رشته انسانی

• فرشاد ابوالقاسمی • مسعود غزالی بینا

مدیر و ناظر علمی گروه ریاضی: عباس اشرفی



فهرست

۷	فصل ۱: عبارتهای جبری (دهم)
۲۳	فصل ۲: معادله و تابع درجه دوم (دهم)
۴۱	فصل ۳: تابع (یازدهم)
۷۱	فصل ۴: آشنایی با منطق و استدلال ریاضی (یازدهم)
۸۹	فصل ۵: آمار (دهم - یازدهم)
۱۳۹	فصل ۶: آمار و احتمال (دوازدهم)
۱۸۵	فصل ۷: الگوهای خطی (دوازدهم)
۲۰۳	فصل ۸: الگوهای غیرخطی (دوازدهم)
۲۴۳	پاسخنامه تشریحی
۳۸۶	پاسخهای کلیدی



تست: در $(2x - 5y)^4$ مجموع ضرایب کدام است؟

۱۲۵ (۴)

۸۱ (۳)

-۸۱ (۲)

۲۷ (۱)

پاسخ **گزینه ۳**

نکته: برای به دست آوردن مجموع ضرایب می‌توانیم به جای متغیرها عدد یک را قرار دهیم، حاصل برابر مجموع ضرایب است.

$$(2x - 5y)^4 \Rightarrow \text{مجموع ضرایب} : (2(1) - 5(1))^4 = (2 - 5)^4 = (-3)^4 = 81$$

تست: حاصل 12×11^3 کدام است؟

۱۵۷۰ (۴)

۱۵۲۴۰ (۳)

۱۵۶۲۸ (۲)

۱۵۹۷۲ (۱)

پاسخ **گزینه ۱**

$$12 \times 11^3 = (11+1) \times 11^3 = 11^4 + 11^3 = 14641 + 1331 = 15972$$

نکته: برای محاسبه توان‌های ۱۱ می‌توان به کمک پنج سطر اول مثلث خیام اعداد $11^0, 11^1, \dots$ و 11^4 را به دست آورد.

$$1 \Rightarrow 11^0 = 1$$

$$1 \ 1 \Rightarrow 11^1 = 11$$

$$1 \ 2 \ 1 \Rightarrow 11^2 = 121$$

$$1 \ 3 \ 3 \ 1 \Rightarrow 11^3 = 1331$$

$$1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1 \Rightarrow 11^4 = 14641$$

عبارت‌های گویا

به کسرهایی که صورت و مخرج آن‌ها چندجمله‌ای باشد، عبارت گویا می‌گویند. برای نمونه $\frac{2x+1}{3x^2+5}$ و $\frac{2x+\sqrt{3}}{\frac{3}{5}x-1}$ عبارت گویا هستند ولی $\frac{2\sqrt{x}-1}{x-1}$

و $\frac{4x-1}{|x|}$ عبارت گویا نمی‌باشند چون صورت یا مخرج آن‌ها چندجمله‌ای نیست.

تست: کدام یک از گزینه‌های زیر عبارت گویا نیست؟

$$\frac{2\sqrt{x}-1}{7x} \quad (۴)$$

$$\frac{2x+\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \quad (۳)$$

$$8x^2+1 \quad (۲)$$

$$\frac{4x^2-8}{2x-1} \quad (۱)$$

پاسخ **گزینه ۴** در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» صورت و مخرج عبارت، چندجمله‌ای است ولی در **گزینه «۴»**، صورت چندجمله‌ای نمی‌باشد، بنابراین عبارت گویا نیست.

$8x^2+1$ نیز عبارت گویا است، زیرا $8x^2+1 = \frac{8x^2+1}{1}$ و صورت و مخرج عبارت، چندجمله‌ای است.

نکته: عبارت گویا وقتی بامعنی است (تعریف شده است) که مخرج آن صفر نباشد، اعدادی را که مخرج عبارت گویا را صفر می‌کنند نمی‌توان به جای متغیر قرار داد و می‌گوییم عبارت گویا در اعدادی که مخرجشان را صفر می‌کند تعریف نشده یا بی‌معنی هستند.

تست: دامنه عبارت $\frac{2x-7}{3x-5}$ کدام است؟

$$\mathbb{R} - \left\{ \frac{-3}{5} \right\} \quad (۴)$$

$$\mathbb{R} - \left\{ \frac{-5}{3} \right\} \quad (۳)$$

$$\mathbb{R} - \left\{ \frac{5}{3} \right\} \quad (۲)$$

$$\mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{5} \right\} \quad (۱)$$

پاسخ **گزینه ۲** منظور از دامنه عبارت گویا همان محدوده‌ای است که عبارت تعریف شده است، پس مخرج را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\text{مخرج} : 3x - 5 = 0 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

یعنی عبارت در $x \neq \frac{5}{3}$ تعریف شده و دامنه آن برابر $\mathbb{R} - \left\{ \frac{5}{3} \right\}$ است.

آزمون فصل

۱. اگر $A^2 - B^2 = 91$ و $A + B = 7$ باشند، حاصل عدد $A \times B$ کدام است؟

- (۱) -۳۰ (۲) -۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۲۰

۲. حاصل عبارت $(x-2)(x^2+5)(x+2)$ کدام است؟

- (۱) $x^3 - x^2 + 20$ (۲) $x^3 + x^2 - 20$ (۳) $x^3 + x^2 + 20$ (۴) $x^3 - x^2 - 20$

۳. حاصل $(x+1)(-x+x^2+1) - (x-1)(x^2+x+1)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) $2x^2$ (۴) ۲

۴. در تجزیه عبارت $x^2 - 2x - 24$ ، کدام عامل وجود دارد؟

- (۱) $x - 4$ (۲) $x + 4$ (۳) $x + 6$ (۴) $x - 8$

۵. یکی از عوامل تجزیه عبارت $3a^2 + 2ab - b^2$ کدام است؟

- (۱) $a + b$ (۲) $2a + b$ (۳) $a - b$ (۴) $2a - b$

۶. عبارت گویای $A = \frac{x+2}{x^2-4}$ به ازای کدام مقادیر زیر تعریف شده نیست؟

- (۱) \mathbb{R} (۲) $\{2, -2\}$ (۳) $\{-2\}$ (۴) $\{2\}$

۷. حاصل $\frac{x^2-4}{x^2-x-2} \div \frac{3x+6}{x^2+x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{x}$ (۲) $\frac{x-1}{3}$ (۳) $\frac{x}{3}$ (۴) $\frac{2}{x-1}$

۸. حاصل $\frac{x-3}{x^2-9} + \frac{x+7}{x^2+10x+21}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{x+3}$ (۲) $\frac{1}{2}(x-3)$ (۳) $\frac{x-3}{x+3}$ (۴) $\frac{x+3}{x-7}$

۹. اگر $\frac{5x+1}{x^2-1} = \frac{2}{x+1} + \frac{A}{x-1}$ باشد، A کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰. خلاصه شده عبارت $(x - \frac{x+6}{x-4})(\frac{x^2+9}{x+1} - 5)$ کدام است؟ ($x \neq -1, 4$)

- (۱) $x^2 + 3x - 4$ (۲) $x^2 - 3x + 4$ (۳) $x^2 + 5x + 6$ (۴) $x^2 - 7x + 6$

(انسانی خارج ۹۰)



برای مشاهده پاسخنامه کلیدی به انتهای کتاب مراجعه نمایید و برای دریافت پاسخنامه تشریحی آزمون رمزینۀ مقابل را با گوشی هوشمند خود اسکن کنید یا به سایت مهروماه، صفحه مربوط به این کتاب مراجعه نمایید.

ⓘ **تست:** اگر معادله $x^2 + 2x + m - 1 = 0$ ریشه حقیقی نداشته باشد، محدوده m کدام است؟

$$m < -2 \quad (4)$$

$$m > -2 \quad (3)$$

$$m < 2 \quad (2)$$

$$m > 2 \quad (1)$$

پاسخ **گزینه ۱** چون معادله درجه دوم داده شده ریشه حقیقی ندارد، پس Δ باید منفی باشد ($\Delta < 0$). ابتدا Δ را یافته سپس کوچکتر از صفر قرار می‌دهیم:

$$x^2 + 2x + (m-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=m-1 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4(1)(m-1) = 4 - 4m + 4 = -4m + 8$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow -4m + 8 < 0 \Rightarrow \frac{-4m}{-4} < \frac{-8}{-4} \Rightarrow m > 2$$

🔊 **حواستون باشه:** در حل نامعادله اگر طرفین نامعادله بر عدد منفی ضرب یا تقسیم شوند، جهت نامعادله عوض می‌شود.

ⓘ اگر معادله $(3m-1)x^2 + 4x - 1 = 0$ دو ریشه متمایز داشته باشد، محدوده m کدام است؟

$$m < 1 \quad (4)$$

$$m < -1 \quad (3)$$

$$m > -1 \quad (2)$$

$$m > 1 \quad (1)$$

پاسخ **گزینه ۲** معادله داده شده دو ریشه متمایز دارد، پس باید $\Delta > 0$ باشد:

$$(3m-1)x^2 + 4x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=3m-1 \\ b=4 \\ c=-1 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 4^2 - 4(3m-1)(-1) = 16 + 4(3m-1) = 16 + 12m - 4 = 12m + 12$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow 12m + 12 > 0 \Rightarrow \frac{12m}{12} > \frac{-12}{12} \Rightarrow m > -1$$

ⓘ بزرگ‌ترین جواب معادله $x^2 - 3x = 1$ کدام است؟

$$\frac{3 + \sqrt{13}}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3 - \sqrt{13}}{4} \quad (3)$$

$$\frac{3 + \sqrt{13}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3 - \sqrt{13}}{2} \quad (1)$$

پاسخ **گزینه ۲** معادله $x^2 - 3x - 1 = 0$ را به روش Δ حل می‌کنیم:

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=-1 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(-1) = 9 + 4 = 13$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2(1)} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \\ x_2 = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \end{cases} \quad \text{ریشه بزرگ‌تر}$$

ⓘ اگر یکی از جواب‌های معادله $x^2 - kx + 2 = 0$ برابر ۳ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{5}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

پاسخ **گزینه ۲** جواب معادله عددی است که اگر جایگزین متغیر اصلی (x) شود تساوی درستی به دست می‌آید، بنابراین ریشه ۳ را در معادله جای گذاری می‌کنیم:

$$x^2 - kx + 2 = 0 \xrightarrow{x=3} 3^2 - k(3) + 2 = 0 \Rightarrow 9 - 3k + 2 = 0 \Rightarrow 11 - 3k = 0 \Rightarrow -3k = -11 \Rightarrow k = \frac{-11}{-3} = \frac{11}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{11}{3} \\ x^2 - kx + 2 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (x^2 - \frac{11}{3}x + 2 = 0) \times 3 \Rightarrow 3x^2 - 11x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-11 \\ c=6 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4(3)(6) = 121 - 72 = 49 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{11 \pm \sqrt{49}}{2(3)} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{11+7}{6} = \frac{18}{6} = 3 \\ x_2 = \frac{11-7}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{ریشه دیگر}$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

حل معادله درجه دو



۸۴. عددی که ۵ برابر آن به علاوه ۲ برابر با ۳ برابر آن عدد، منتهای ۲ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۸۵. کدام معادله درجه یک است؟

- (۱) $2x + \frac{1}{x} = 7$ (۲) $x - \frac{1}{x} = 0$ (۳) $\frac{2}{x-1} = x$ (۴) $x - x^2 = 5$

۸۶. جواب معادله $\frac{3x-1}{4} + \frac{13}{3} = \frac{5}{6} - \frac{x-14}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) -۳

۸۷. اگر $x=1$ یکی از جواب‌های معادله $kx^2 + 2kx - 5k = 2$ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۸۸. در معادله درجه دوم $(m-1)x^2 + 3x = 5n$ ، به ازای چه مقدار m و n ، جواب‌ها صفر و -۴ خواهد بود؟

- (۱) صفر و $\frac{7}{4}$ (۲) ۱ و $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{2}$ و صفر (۴) ۴ و $\frac{3}{4}$

۸۹. اگر α یکی از جواب‌های معادله $4x^2 - 8x + 1 = 0$ باشد، حاصل عبارت $4\alpha(\alpha-2)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۹۰. جواب‌های معادله $4x^2 = -2x$ کدام است؟

- (۱) صفر و $\frac{1}{2}$ (۲) فقط $\frac{1}{2}$ (۳) صفر و $-\frac{1}{2}$ (۴) فقط $-\frac{1}{2}$

۹۱. اعداد ۲ و ۳ ریشه‌های کدام یک از معادله‌های زیر هستند؟

- (۱) $2x^2 + 10x - 12 = 0$ (۲) $2x^2 - 5x + 6 = 0$ (۳) $2x^2 - 6x + 5 = 0$ (۴) $2x^2 - 10x + 12 = 0$

۹۲. مجموعه جواب کدام معادله به صورت $\{-1, \frac{1}{2}\}$ است؟

- (۱) $2x^2 + x - 1 = 0$ (۲) $2x^2 + x + 1 = 0$ (۳) $2x^2 - x + 1 = 0$ (۴) $2x^2 - x - 1 = 0$

۹۳. جواب‌های معادله $x(x+2) - 3(x+2) = 0$ کدام است؟

- (۱) ۳ و -۲ (۲) -۳ و ۲ (۳) -۳ و -۲ (۴) ۲ و ۳

۹۴. اگر $x < 0$ باشد، ریشه‌های معادله $x^2 + |x| - 2 = 0$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ و -۱ (۳) -۲ (۴) -۳

۹۵. مجموع جواب‌های معادله $(2x-1)^2 = (x+1)^2$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۹۶. برای حل معادله درجه دوم $(9x-7)^2 = 1$ از خاصیت ریشه زوج استفاده نموده‌ایم. یکی از جواب‌های این معادله کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{7}{10}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{9}{8}$

۹۷. از دو برابر مربع عددی، ۱۶ واحد کم می‌کنیم؛ حاصل برابر ۱۱۲ شد، آن عدد کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۶ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۹۸. کدام عدد طبیعی است که حاصل ضرب عدد قبل از آن در عدد بعد از آن برابر ۴۸ است؟

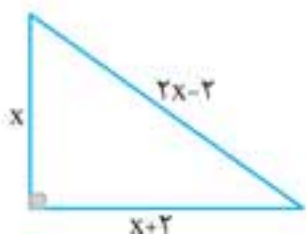
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

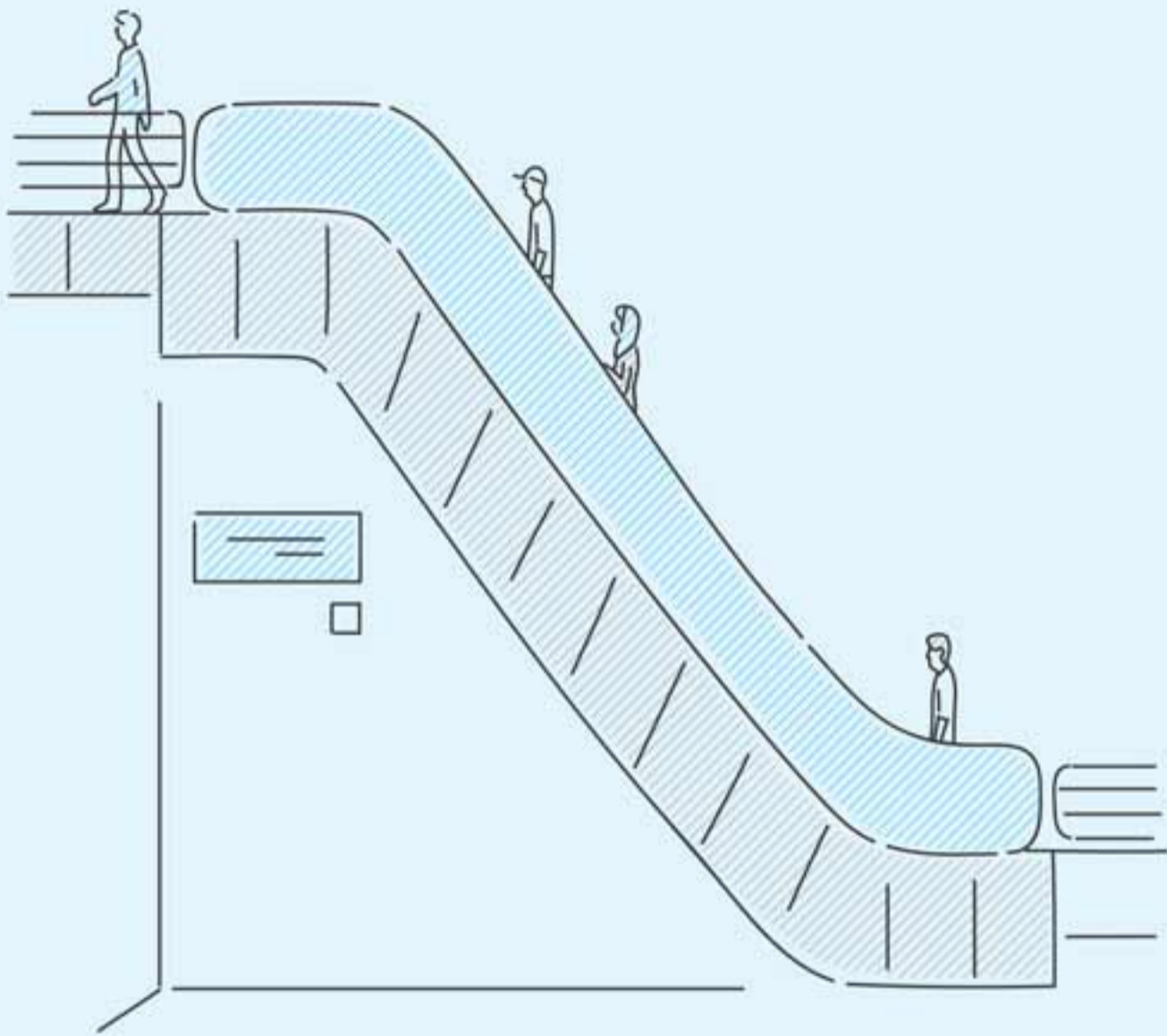
۹۹. مجموعه جواب‌های معادله $4(x-2)^2 - 9 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\{2, \frac{1}{2}\}$ (۲) $\{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\}$ (۳) $\{\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\}$ (۴) $\{\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\}$

۱۰۰. اضلاع مثلث قائم‌الزاویه مقابل بر حسب x بیان شده‌اند، x کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸





تابع

این فصل یکی از مهم‌ترین و حجیم‌ترین بخش‌های این کتاب محسوب می‌شود که اهمیت فراوانی در کنکور سراسری دارد. در این فصل مطالب مهمی از قبیل مفهوم تابع و روش‌های نمایش آن، مقدار تابع در یک نقطه، دامنه و برد تابع، توابع خطی، توابع ثابت، توابع همانی، توابع پلکانی و قدر مطلق، معادله خط، رسم توابع خطی، تلاقی دو خط، خطوط موازی و عمود بر هم، سهمی، انتقال، بهینه‌سازی، اعمال جبری روی توابع و رسم نمودار آن‌ها و ... مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. از این فصل ۵ تست در کنکور ۹۸ طرح شده است.

۲۷۷. تابع $f(x) = |x-a| + b$ از انتقال نمودار تابع $y = |x|$ به اندازه دو واحد به راست و ۳ واحد به پایین ایجاد شده است. مقدار $f(5)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر (۴) ۴

۲۷۸. اگر تابع $f(x) = |2x-a|$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند، حاصل $f(4)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۷۹. تابع $f(x) = |x|$ را به صورت ضرب یک تابع همانی در $g(x)$ نوشته‌ایم. تابع $g(x)$ کدام است؟

- (۱) تابع همانی (۲) تابع ثابت (۳) تابع علامت (۴) تابع برآکت

۲۸۰. کدام مورد درست نیست؟

(۱) $|x^2 + 1| = x^2 + 1$ (۲) $|x^2 - 2x + 1| = (x-1)^2$

(۳) $|x+1| = x+1$ (۴) $|\sqrt{x}| = \sqrt{x}$

۲۸۱. اگر $0 < x < 1$ باشد، حاصل $|x| + |x-2|$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۲۸۲. کدام گزینه درست نیست؟ (اگر x و y مخالف صفر باشند.)

(۱) $|x+y| = |x| + |y|$ (۲) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

(۳) $|\frac{x}{y}| = \frac{|x|}{|y|}$ (۴) $|x+y| \leq |x| + |y|$

۲۸۳. شکل روبه‌رو، نمودار کدام تابع است؟

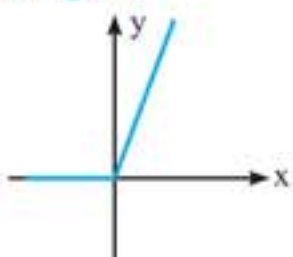
(۱) $y = x - |x|$

(۲) $y = x + |x|$

(۳) $y = |x-1| - 1$

(۴) $y = 1 - |x-1|$

(انسانی ۹۸)



(انسانی ۹۸)

۲۸۴. در تابع $f(x) = |x + \frac{3}{4}| - |-x|$ ، مقدار $f(\frac{9}{4}) + f(-\frac{1}{4})$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

اعمال جبری روی توابع



۲۸۵. اگر $f = \{(2, a+1), (-1, b), (3, 7)\}$ و $g = \{(2, 7), (-1, 0), (3, 1)\}$ دو تابع باشند که $(f+g)(2) = 7$ و $(f-g)(-1) = 3$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) ۴

۲۸۶. اگر $f(x) = 3x+7$ و $(f+g)(x) = x^2 + 7x - 1$ باشد، مقدار $g(5)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱۷ (۳) ۳۰ (۴) ۳۷

۲۸۷. اگر $(f-g)(x) = 5x+2$ و $f(x) = 7x+4$ باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۲۸۸. اگر $f(x) = x+2$ و $(f \times g)(x) = x^2 + 5x + 6$ باشد، مقدار $f(1) + g(2)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲

۲۸۹. اگر $f(x) = x^2 - 1$ و $(\frac{f}{g})(x) = x+1$ باشد، تابع $(f+g)(x)$ کدام است؟

- (۱) $x^2 - 5x - 1$ (۲) $x^2 + x$ (۳) $x^2 - x$ (۴) $x^2 + 8x$

(مشابه تمرین کتاب درسی)

۲۹۰. اگر $f = \{(1, 0), (2, \frac{1}{4}), (3, 4)\}$ و $g = \{(0, 3), (1, 4), (2, 2)\}$ باشند، تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟

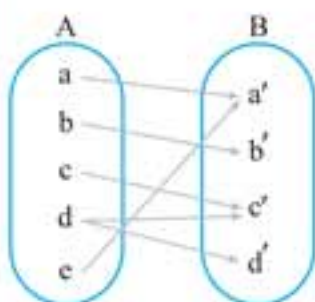
- (۱) $\{(2, 4), (3, 0)\}$ (۲) $\{(3, 0)\}$ (۳) $\{(2, 4)\}$ (۴) $\{(2, \frac{1}{4})\}$

۲۹۱. اگر $f = \{(1, 2), (3, 5), (4, 1)\}$ و $g = \{(3, 4), (1, a), (7, b)\}$ و تابع $f+g$ تابع ثابت باشند، a کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴



برای ۱۰۰٪



۳۱۰. با فرض $(a-b, a^2-b^2) = (2, 16)$ ، مقدار $a \times b$ کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴)

۳۱۱. نمودار پیکانی یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام زوج مرتب این رابطه تابع خواهد شد؟

- (۱) (d, c')
(۲) (d, d')

(۳) به همین صورت تابع است.

(۴) یکی از زوج‌های (d, c') و (d, d')

۳۱۲. اگر $f(1) = 3$ و $f(0) = 1$ و تابع f با ضابطه $f(x) = mx + n$ باشد، حاصل $m + 2n$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴)

۳۱۳. اگر $f: A \rightarrow B$ و برد تابع f مجموعه $\{2, 3\}$ باشد، دامنه تابع حداکثر چند عضو دارد؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴)

۳۱۴. اگر $f(x) = (a+b)x^2 + cx + b + 5$ یک تابع همانی باشد، $a + b + c$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر ۱ (۲) -۱ (۳) ۵ (۴)

۳۱۵. اگر f تابع همانی و g تابع ثابت باشد و $\frac{f(2) + g(-4)}{2f(5)} = -2$ ، حاصل $g(\sqrt{2} + 1)$ کدام است؟

- ۱۷ (۱) -۲۰ (۲) -۲۲ (۳) ۱۹ (۴)

۳۱۶. اگر تابع f به صورت $f = \begin{cases} 2 & ; x < 0 \\ -2 & ; x \geq 0 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(f(\dots(f(f(5))))))$ کدوم است؟

- ۵۱ (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) صفر (۴)

۳۱۷. اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 3 & ; x > 1 \\ x^2 - 8 & ; x \leq 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $|f(-2)| + |f(2)|$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۳۱۸. اگر تابع $f(x) = |x - a|$ به صورت x باشد، مقدار $f(4)$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

۳۱۹. اگر $f(x) = [x]$ با دامنه $0 \leq x \leq 1$ و $g(x) = |x|$ با دامنه $1 \leq x \leq 2$ باشد، برد تابع $(f+g) \times (f-g)$ کدام است؟

- {۱} (۱) {۳} (۲) {۰} (۳) {۱, ۳} (۴)

آزمون فصل

۱. اگر مجموعه $\{(1, 2), (-1, m-1), (m, -2), (-1, 2m)\}$ یک تابع باشد، m کدام است؟

- $-\frac{1}{2}$ (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۲. کدام یک از گزینه‌های زیر یک تابع است؟

- (۱) رابطه‌ای که به هر فرد، روز تولدش را در هفته نسبت می‌دهد.
(۲) رابطه‌ای که به هر فرد، شماره موبایلش را نسبت می‌دهد.
(۳) رابطه‌ای که به هر قطار، واگن‌هایش را نسبت می‌دهد.
(۴) رابطه‌ای که به هر کتاب، فصل‌هایش را نسبت می‌دهد.

منطق

منطق در لغت به معنی «آنچه به گفته در آمده» است و کاربرد آن در تشخیص درست از نادرست است. جالب است اگر ریاضی را به عنوان یک زبان در نظر بگیریم منطق ریاضی دستور این زبان است.

گزاره

جمله‌ای خبری است که می‌تواند ارزش درست یا نادرست داشته باشد (هر چند ممکن است از درستی یا نادرستی آن اطلاع نداشته باشیم) به عبارت‌های زیر دقت کنید:

۵ عددی زوج است. \Leftarrow یک گزاره با ارزش نادرست است.

$\sqrt{2}$ عددی گنگ است. \Leftarrow یک گزاره با ارزش درست است.

بیشتر تلاش کن. \Leftarrow جمله خبری نیست. (جمله امری است) پس گزاره نمی‌باشد.

سیب زرد از سیب قرمز خوش‌مزه‌تر است. \Leftarrow جمله خبری است ولی ارزش آن متغیر است، پس گزاره نیست.

❶ تست: چند مورد از عبارت‌های زیر گزاره هستند؟

الف) $\frac{2}{5}$ عددی گویا است.

ب) افلاطون شاگرد فارابی است.

۱ (۱) ۲ (۲)

ب) لطفاً درس بخوانید.

ت) شما چند سال دارید؟

۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ گزینه ۲

الف) گزاره‌ای درست است.

ب) گزاره‌ای نادرست است.

پس دو مورد گزاره هستند و گزینه «۲» درست است.

ب) جمله عاطفی است و گزاره نیست.

ت) جمله سؤالی است و گزاره نیست.

❶ کدام عبارت گزاره‌ای درست است؟

۱) $(-1)^n + 3$ برای اعداد طبیعی عددی زوج است.

۳) $\sqrt{3}$ گویا است.

پاسخ گزینه ۱

گزینه «۱»: $(-1)^n$ گاهی ۱ و گاهی -۱ می‌شود، پس در هر دو حال اگر با ۳ جمع شود حاصل ۴ یا ۲ می‌شود که عددی زوج است، پس گزاره‌ای با ارزش درست است.

گزینه «۲»: اگر $n = 2$ باشد، حاصل $(-2)^{n-1} + 3$ برابر ۱ و اگر $n = 1$ باشد، حاصل $(-2)^{n-1} + 3$ برابر ۴ می‌شود، لذا گزاره‌ای نادرست است.

گزینه «۳»: گزاره‌ای نادرست داریم.

گزینه «۴»: گزاره نیست.

۲) $(-2)^{n-1} + 3$ عددی زوج است (برای n های طبیعی)

۴) غذای امروز خوشمزه بود.

با تذکره: گزاره‌ها را معمولاً با حروفی مانند p, q, r, \dots نشان می‌دهند. نقیض یک گزاره همیشه ارزش مخالف با خود گزاره دارد. اگر گزاره را با p نشان دهیم نقیض آن را $\sim p$ نشان می‌دهیم.

مثال: نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) عدد ۲ بر ۴ بخش‌پذیر است. ب) پایتخت ایران شهر تهران است. پ) ایران در قاره آسیا نیست.

پاسخ

با تذکره: چون گزاره جمله‌ای خبری است، پس دارای فعل است، بنابراین برای نقیض کردن کافی است فعل آن را منفی کنیم. الف) عدد ۲ بر ۴ بخش‌پذیر نیست. ب) پایتخت ایران شهر تهران نیست. پ) ایران در قاره آسیا است.

❶ تست: نقیض عبارت $2 > 5$ کدام است؟

۱) $2 < 5$ ۲) $2 \leq 5$

۳) $2 \geq 5$

۴) $2 = 5$

پاسخ گزینه ۲: نقیض $2 > 5$ عبارت $2 \leq 5$ می‌باشد، یعنی ۲ از ۵ بزرگ‌تر نیست، پس ۲ کوچک‌تر یا مساوی ۵ است، یعنی $2 \leq 5$.

p	$\sim p$
نادرست	درست
درست	نادرست

$a > b$ نقیض $\rightarrow a \nlessgtr b$ معادل $\rightarrow a \leq b$

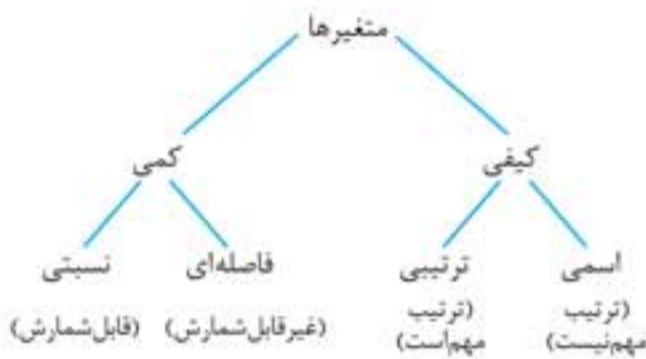
با تذکره: نقیض $a > b$ عبارت $a < b$ نیست زیرا ممکن است $((a = b))$ باشد، پس داریم:

مقیاس‌های اندازه‌گیری

داده‌ها را به دو گروه کمی و کیفی تقسیم کردیم. از نگاهی دیگر می‌توان متغیرهای داده‌ها را در چهار مقیاس اندازه‌گیری دسته‌بندی کرد. اندازه‌گیری در تعریف به معنی ایجاد تفکیک بین افراد یا اشیاء است.

مثلاً وقتی دو نوزاد دوقلو را نام‌گذاری می‌کنیم تا آن‌ها را تفکیک کنیم در واقع اندازه‌گیری کرده‌ایم. بسته به دقتی که این اندازه‌گیری صورت می‌گیرد آن را به چهار مقیاس اسمی، ترتیبی، فاصله‌ای و نسبتی تقسیم می‌کنیم. مقیاس‌های اسمی و ترتیبی مربوط به متغیرهای کیفی و مقیاس‌های فاصله‌ای و نسبتی مربوط به متغیرهای کمی هستند.

نکته: هدف از شناسایی این مقیاس‌ها تعیین نوع محاسبه مناسب برای داده‌ها است؛ نظیر ترتیب، محاسبه اختلاف و نسبت گرفتن.



قبل از توضیح مقیاس‌ها به نمودار مقابل دقت کنید:

۱) مقیاس اسمی: این مقیاس برای متغیرهایی است که شامل نام‌ها، برچسب‌ها و گروه‌ها می‌شود. در اینجا هیچ معیاری که با آن بتوان داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کرد وجود ندارد. در واقع می‌توان این‌گونه گفت که این مقیاس‌ها دارای هیچ ترتیبی نیستند، مانند گروه خونی انسان‌ها یا شماره دانش‌آموزی.

نکته: کدهای عددی در این مقیاس در واقع عدد نیستند بلکه صرفاً برای گروه‌بندی به کار می‌روند.

۲) مقیاس ترتیبی: این مقیاس با استفاده از الفاظ و کلمات، ضمن ایجاد تفکیک بین افراد و اشیاء، ارجحیت نیز قائل می‌شود. مقیاس ترتیبی برای متغیرهایی است که قابل مرتب‌کردن هستند و در عین حال محاسبه اختلاف بین مقادیر داده‌ها یا امکان‌پذیر نیست یا بی‌معناست، مانند رتبه دانش‌آموزان در یک کلاس. اگر به سه نفر که در کلاس معدل‌های ۱۸، ۱۹ و ۱۶ دارند به ترتیب رتبه‌های ۱، ۲ و ۳ دهیم در واقع توجه نکرده‌ایم که اختلاف نمرات آن‌ها چقدر بوده است.

۳) مقیاس فاصله‌ای: در این مقیاس به دلیل استفاده از لوازم یا قواعد دقیق اندازه‌گیری، ویژگی افراد یا اشیاء به دقت اندازه‌گیری می‌شود، به بیان دیگر مقیاس فاصله‌ای برای داده‌هایی است که قابل مرتب‌کردن هستند و همچنین اختلاف بین مقادیر داده‌ها بامعناست. مانند درجه حرارت در شهرهای مختلف بر حسب سلسیوس.

مقادیری که به دو نفر یا دو شیء داده می‌شود صرفاً بیان‌کننده فاصله بین آن‌هاست. در نتیجه صفر در این مقیاس قراردادی است. مثلاً اگر دمای بوشهر ۲۰ و تهران ۱۰ درجه سلسیوس باشد نمی‌توان گفت دمای هوای بوشهر دو برابر تهران است؛ ولی می‌توان گفت که اختلاف دما ۱۰ درجه سلسیوس است.

۴) مقیاس نسبتی: این مقیاس برای داده‌هایی است که قابل مرتب‌کردن هستند و اختلاف بین مقادیر داده‌ها و نسبت مقادیر داده‌ها نیز بامعناست. اغلب متغیرهای فیزیکی مانند نمره، وزن، قد و متغیرهایی که با واژه تعداد شروع می‌شوند در این مقیاس اندازه‌گیری می‌شوند. در این مقیاس صفر به معنای نبود ویژگی در فرد یا شیء است، یعنی مثلاً وقتی می‌گوییم وزن صفر است یعنی واقعاً وزنی وجود ندارد یا مثلاً می‌گوییم صفر عدد سیب در ظرف وجود دارد یعنی واقعاً سیبی در ظرف وجود ندارد.

تست: در هر مورد، نوع و مقیاس اندازه‌گیری متغیر تصادفی نوشته شده است چند مورد از آن‌ها نادرست است؟

(الف) شدت زلزله در استان تهران ← کمی فاصله‌ای	(ب) رنگ چشم افراد ← کیفی ترتیبی
(پ) فصل‌های یک سال ← کمی نسبتی	(ت) میزان علاقه به غذاهای دریایی (کم، متوسط، زیاد) ← کیفی ترتیبی
۱ (۱)	۳ (۳)
۲ (۲)	۴ (۴)

پاسخ (گزینه ۳): شدت زلزله یک مقیاس نسبتی است چون قابل‌شمارش است و ویژگی‌های مقیاس نسبتی را داراست.

رنگ چشم افراد یک مقیاس اسمی است چون هیچ ترتیبی در رنگ چشم وجود ندارد.

فصل‌های سال یک متغیر کیفی و مقیاس آن از نوع ترتیبی است چون بین فصل‌های سال ترتیب وجود دارد.

میزان علاقه به چیزی متغیر کیفی است و مقیاس آن ترتیبی است چون سه حالت را بیان کرده است.

بنابراین ۳ مورد نادرست است.

نکته: برای راحت‌تر پیدا کردن متغیرهای کمی نسبتی و فاصله‌ای و تمایز آن دو، به دو مورد زیر دقت کنید:

۱) اگر عدد صفر مفهوم قراردادی داشت آنگاه متغیر کمی فاصله‌ای است. مانند دمای هوا.

اگر عدد صفر مفهوم نبودن داشت آنگاه متغیر کمی نسبتی است. مانند موهای سر.

۲) اگر نسبت برقرار باشد یعنی متغیر نسبتی و در غیر این صورت فاصله‌ای است. مثلاً تعداد افراد یک کلاس ۵۰ نفر و کلاس دیگر ۱۰ نفر است، پس می‌توان گفت کلاس اول ۵ برابر کلاس دوم دانش‌آموز دارد، پس تعداد افراد یک کلاس متغیر کمی نسبتی است اما اگر الان ساعت ۸ باشد نمی‌توان گفت زمان ۴ برابر وقتی است که ساعت ۲ بوده است، پس زمان یک متغیر کمی فاصله‌ای است.

حال که مفهوم مقیاس‌ها را به‌طور کامل درک کردید می‌رویم سراغ موضوع بعدی.

نمودارهای یک متغیره

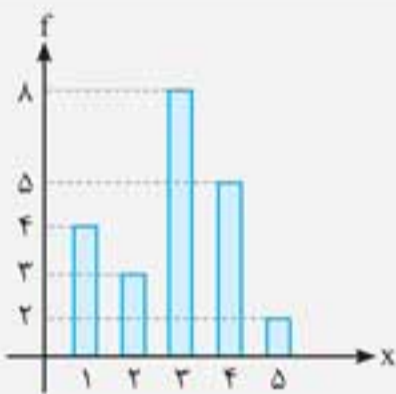
نمودارهای یک متغیره را به ۵ گروه اصلی تقسیم می‌کنیم:

۱) نمودار میله‌ای ۲) نمودار مستطیلی ۳) نمودار دایره‌ای ۴) نمودار جعبه‌ای ۵) نمودار نقطه‌ای

نمودار میله‌ای

نمودار میله‌ای را به دو صورت می‌توان نمایش داد: الف) نمودار میله‌ای عمودی ب) نمودار میله‌ای افقی

الف) نمودار میله‌ای عمودی: برای رسم این نمودار باید بدانیم که محور x ها (طول‌ها) همان نام متغیرها یا شماره آن‌ها و محور y ها (عرض‌ها) همان فراوانی آن‌ها را نشان می‌دهد. از این نمودار برای نمایش متغیرهای کیفی و کمی با مقیاس اندازه‌گیری نسبتی استفاده می‌شود.



تست: در نمودار میله‌ای زیر تقریباً چند درصد داده‌ها بزرگ‌تر از ۳ هستند؟

۳۱/۱۸ (۲)

۳۱/۲۸ (۱)

۳۱/۸۳ (۴)

۳۱/۸۱ (۳)

پاسخ **گزینه ۳** داده‌های بزرگ‌تر از ۳ همان داده‌های ۴ و ۵ هستند. داده ۴، پنج

بار تکرار شده، پس فراوانی آن برابر ۵ است، یعنی $f_4 = 5$ و داده ۵، دو بار تکرار

شده، پس فراوانی آن برابر ۲ است، یعنی $f_5 = 2$.

مجموع کل فراوانی‌ها همان تعداد کل داده‌هاست. کافی است مجموع فراوانی دسته چهارم و پنجم را بر کل فراوانی‌ها تقسیم کرده و ضرب در

$$n = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 = 4 + 3 + 8 + 5 + 2 = 22$$

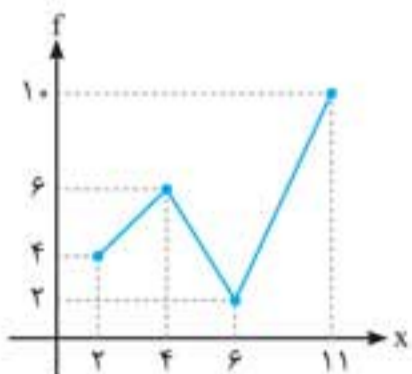
عدد ۱۰۰ کنیم تا درصد آن به دست آید.

$$\Rightarrow 3 \text{ از بزرگ‌تر از } = \frac{5+2}{22} \times 100 = \frac{7}{22} \times 100 \approx 31/81$$

ب) نمودار میله‌ای افقی: نمودارهای میله‌ای افقی درست شبیه نمودارهای میله‌ای عمودی‌اند با این فرق که محورها چرخیده‌اند. در نمودار میله‌ای افقی داده‌ها (رده‌ها) روی محور عمودی و درصد یا فراوانی روی محور افقی نشان داده می‌شود. نمودارهای میله‌ای عمودی مرسوم‌ترند. اما نمودارهای میله‌ای افقی در صورتی که اسم داده‌ها (رده‌ها) طولانی باشد، مفید واقع می‌شوند. آن‌ها برای نمایش اسامی داده‌ها (رده‌ها) بدون نیاز به عمودی نوشتن، فضای زیادی را در اختیارمان می‌گذارند.

تذکره: نمودار میله‌ای به هر دو صورت رسم می‌شود اما این کار در اطلاعات تغییری ایجاد نمی‌کند.

نمودار خط شکسته: در نمودار میله‌ای اگر نقاط انتهایی میله‌ها را به هم وصل کنیم، نمودار خط شکسته رسم می‌شود؛ از این نمودار بیشتر برای نمایش متغیرهای کیفی یا کمی استفاده می‌شود.



مثال: با توجه به نمودار خط شکسته مقابل به موارد ذیل پاسخ دهید:

الف) مقادیر میانگین، میانه و مد را تعیین کنید.

ب) دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی را برای آن محاسبه کنید.

پاسخ داده‌های نمودار را به صورت صعودی می‌نویسیم همچنین جدول توزیع فراوانی داده‌ها را رسم می‌کنیم:

x_i	۲	۴	۶	۱۱
f_i	۴	۶	۲	۱۰

۲, ۲, ۲, ۲, ۴, ۴, ۴, ۴, ۴, ۴, ۶, ۶, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱

$$Q_1 = 4$$

$$Q_2 = 6$$

$$Q_3 = 11$$

الف) میانه همان چارک دوم (Q_2) است که مقدارش برابر ۶ است. مد داده‌ای است که بیشترین فراوانی را دارد یعنی داده ۱۱ که ده بار تکرار شده

است همان مقدار مد است. میانگین موزون داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$R = x_{\max} - x_{\min} \Rightarrow R = 11 - 2 = 9$$

ب) دامنه تغییرات همان تفاضل کوچک‌ترین داده از بزرگ‌ترین داده است.

$$IQR = 11 - 4 = 7$$

دامنه میان چارکی از رابطه $IQR = Q_3 - Q_1$ به دست می‌آید، پس داریم:

شمارش



در کتابفروشی ۳۰ کتاب متفاوت زبان و ۲۰ کتاب متفاوت دربارهٔ ریاضی وجود دارد. می‌خواهیم یک کتاب برای دوستان هدیه بخریم. به چند روش این کار امکان‌پذیر است؟ ما می‌توانیم یکی از ۳۰ کتاب زبان یا یکی از ۲۰ کتاب ریاضی را انتخاب کنیم. پس تعداد کل انتخاب‌های ما برابر است با:

$$20 + 30 = 50$$

بنابراین ۵۰ انتخاب برای خرید کتاب داریم.

اصل جمع

اگر عملی را بتوان به m طریق و عمل دیگری را بتوان به n طریق انجام داد، به طوری که این دو عمل را نتوانیم با هم انجام دهیم، در این صورت به $(m + n)$ طریق می‌توان عمل اول «یا» عمل دوم را انجام داد.



مثال: برای رفتن از تهران به شیراز می‌توان از سه نوع اتوبوس یا دو نوع قطار استفاده کرد. به چند طریق می‌توان از تهران به شیراز مسافرت کرد؟
پاسخ: می‌توان یکی از سه نوع اتوبوس یا یکی از دو نوع قطار را انتخاب کرد. پس به $3 + 2$ یعنی ۵ طریق می‌توان این مسافرت را انجام داد.

حواستون باشه: اگر با اتوبوس به مسافرت برویم، دیگر امکان مسافرت با قطار نیست. یعنی نمی‌توان دو عمل را با هم انجام داد.

نکته: اصل جمع به بیش از دو عمل قابل تعمیم است؛ یعنی اگر بتوان کاری را به چند روش متفاوت انجام داد. به طوری که در روش اول n_1 انتخاب، در روش دوم n_2 انتخاب، ... و در روش k ام n_k انتخاب وجود داشته باشد و روش‌های اول و دوم و ... هم‌زمان با هم انجام نشوند، در این صورت کار مورد نظر به $(n_1 + n_2 + \dots + n_k)$ روش انجام می‌شود.

مثال: اگر ۴ خودکار آبی، مشکی، سبز، قرمز و دو مداد قرمز و مشکی و ۳ روان‌نویس سبز، آبی و قرمز داشته باشیم، به چند طریق می‌توان یک خودکار یا یک مداد یا یک روان‌نویس انتخاب کرد؟



پاسخ: در این مثال، سه روش متفاوت داریم:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{انتخاب یک روان‌نویس} & \text{با انتخاب یک مداد} & \text{با انتخاب یک خودکار} & & & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & & \\ 3 & + & 2 & + & 4 & = & 9 \end{array}$$

تعداد حالت‌ها = ۹

بنابراین به ۹ روش می‌توان این کار را انجام داد.

حواستون باشه: معمولاً هرگاه از لفظ «یا» استفاده می‌شود، مسئله از اصل جمع، حل خواهد شد.

تست: از بین ۴ مهندس، ۳ دکتر و ۵ کارشناس به چند طریق می‌توان یک دکتر یا یک مهندس یا یک کارشناس را برای سخنرانی در

مراسم افتتاحیه انتخاب کرد؟

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۴۰ (۴)

۶۰ (۳)

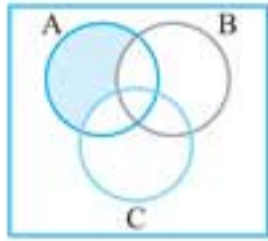
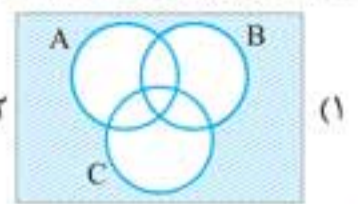
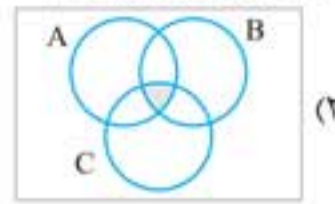
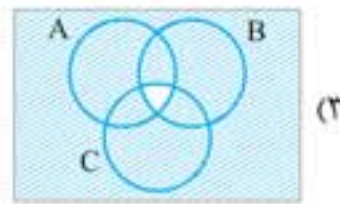
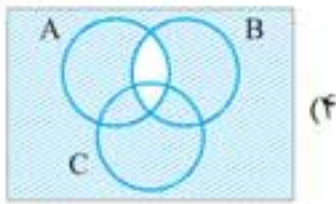
پاسخ (گزینه ۲) در متن سوال از عبارت یک دکتر یا یک مهندس یا یک کارشناس استفاده شده است؛ پس با استفاده از اصل جمع می‌توان این

تست را حل کرد:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{یک کارشناس} & \text{با} & \text{یک مهندس} & \text{با} & \text{یک دکتر} & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 5 & + & 4 & + & 3 & = & 12 \end{array}$$

تعداد حالت‌ها = ۱۲

(کانون فرهنگی آموزش)

۷.۹. کدام شکل، پیشامد $(A \cap B \cap C)'$ را نشان می‌دهد؟

۷.۱۰. کدام گزینه زیر، نشان‌دهندهٔ پیشامد قسمت رنگی است؟

(۱) A رخ بدهد.(۲) A رخ بدهد ولی $B \cup C$ رخ ندهد.(۳) A رخ بدهد ولی $B \cap C$ رخ ندهد.(۴) A رخ بدهد ولی $B - C$ و $C - B$ رخ ندهند.

۷.۱۱. شخصی می‌خواهد به بانک، داروخانه و فروشگاه برود. اگر او به صورت تصادفی ترتیب این کارها را مشخص کند، فضای نمونهٔ این آزمایش چند عضو دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۶

۷.۱۲. در فضای نمونهٔ $S = \{1, 2, 4\}$ ، چند پیشامد غیرحتمی وجود دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸

۷.۱۳. در پرتاب دو تاس، چند حالت وجود دارد که حداقل یک بار عدد ۵ ظاهر شود؟

(۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

(انسانی خارج ۹۷)

۷.۱۴. دو سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای پیشامدهای آن، کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

احتمال مقدماتی



۷.۱۵. اگر پیشامدی دارای ۴ عضو و احتمال آن ۱۶ درصد باشد، فضای نمونهٔ این آزمایش چند عضوی است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۱۶ (۳) ۶۴ (۴) ۸

۷.۱۶. از مجموعهٔ $A = \{1, 12, \dots, 20\}$ ، یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این عدد، یک عدد اول باشد، کدام است؟(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{10}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۷.۱۷. یکی از اعداد طبیعی ۳ رقمی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که رقم‌های یکان و صدگان این عدد با هم برابر باشند، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{9}{100}$ (۴) $\frac{5}{36}$ ۷.۱۸. از مجموعهٔ $\{3, 4, 5, 6, \dots, 30\}$ دو عدد متمایز به صورت تصادفی انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که دو عدد زوج متوالی انتخاب شوند، کدام است؟(۱) $\frac{13}{15 \times 29}$ (۲) $\frac{13}{14 \times 27}$ (۳) $\frac{14}{15 \times 27}$ (۴) $\frac{14}{15 \times 29}$

۷.۱۹. تمام اعداد طبیعی دو رقمی را که می‌توان بدون تکرار ارقام، با اعداد ۱، ۲، ۴، ۶، ۸ ساخت، روی کارت‌هایی نوشته و به تصادف یکی از این کارت‌ها را انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عدد نوشته شده روی این کارت مضرب ۶ باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{7}{20}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۷.۲۰. از بین ۲۰ کارت یکسان که اعداد ۱ تا ۲۰ بر روی آن‌ها نوشته شده است دو کارت با شماره‌های زوج را کنار می‌کشیم. از بین بقیه به تصادف

(انسانی ۹۵)

یک کارت بیرون می‌آوریم با کدام احتمال عدد این کارت زوج است؟

(۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{7}{18}$

۷.۲۱. اعداد یک رقمی ۱، ۲، ۳، ...، ۹ بر روی ۹ کارت یکسان نوشته شده است. اگر یک کارت از بین آن‌ها بیرون آوریم، احتمال اینکه عدد آن، بر ۲

(انسانی ۹۷)

یا ۳ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{5}{9}$

۷.۲۲. هر یک از اعداد ۱، ۲، ۳، ...، ۲۰ بر روی ۲۰ گوی نوشته شده است. اگر یک گوی از بین آن‌ها بیرون آوریم با کدام احتمال عدد آن زوج ولی بر ۳

(انسانی خارج ۹۷)

بخش‌پذیر نیست؟

(۱) $0/3$ (۲) $0/35$ (۳) $0/4$ (۴) $0/45$

۷.۲۳. هر یک از دو صفحه‌ی عقربه‌دار به ۴ قطاع برابر، به شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴ تقسیم شده‌اند. عقربه‌های مربوط به هر صفحه را می‌چرخانیم. احتمال

(انسانی خارج ۹۱)

اینکه عقربه‌ها در نواحی هم شماره متوقف شوند کدام است؟

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۸۷۲. با توجه به ضابطه داده شده دنباله بازگشتی $a_1 = 3, a_n = 2a_{n-1} - 2$ حاصل $a_8 - a_7$ کدام است؟ ($n \geq 2$)

(۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۵۶ (۴) ۶۴

۸۷۳. جمله دهم دنباله‌ای با جمله عمومی $b_n = \sqrt{n^2 + 21}$ چند برابر جمله سوم دنباله‌ای با رابطه بازگشتی $a_{n+1} = 2a_n$ با فرض $a_1 = \sqrt{2}$ می‌باشد؟ (کانون فرهنگی آموزش)

(۱) $\frac{11}{5\sqrt{2}}$ (۲) $\frac{5\sqrt{2}}{11}$ (۳) $\frac{11}{4\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{4\sqrt{2}}{11}$

۸۷۴. در دنباله‌ای با جمله n ام داریم: $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ و $a_1 = 1$. جمله هشتم کدام است؟ (انسانی خارج ۹۱)

(۱) ۳۶ (۲) ۳۵ (۳) ۳۲ (۴) ۳۸

۸۷۵. در دنباله‌ای با جمله عمومی $a_n = \frac{n^2 + 2n}{(-1)^n}$. مجموع جملات دوم و چهارم کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

(۱) ۳۲ (۲) ۱۸ (۳) ۸ (۴) ۲۴

۸۷۶. در رابطه بازگشتی $\begin{cases} a_{n+2} = a_n + a_{n+1} \\ a_1 = a_2 = 1 \end{cases}$ اولین جمله که مربع کامل غیر یک است. کدام می‌باشد؟

(۱) ۴ (۲) ۹ (۳) ۱۴۴ (۴) ۱۶۹

دنباله حسابی



۸۷۷. کدام دنباله زیر، حسابی است؟

(۱) ۲, ۴, ۸, ... (۲) ۱, -۱, ۱, -۱, ... (۳) ۵, ۱۰, ۱۵, ... (۴) ۵, ۲۵, ۱۲۵, ...

۸۷۸. اختلاف مشترک کدام دنباله حسابی زیر بیشتر از سایر دنباله‌ها است؟

(۱) ۲, ۷, ۱۲, ... (۲) ۵, ۵, ۵, ... (۳) $\sqrt{20}, 2\sqrt{20}, 3\sqrt{20}, \dots$ (۴) ۳۰, ۲۰, ۱۰, ...

۸۷۹. در کدام گزینه، اختلاف مشترک دنباله تغییر می‌کند؟

(۱) به هر جمله ۳ عدد اضافه می‌کنیم. (۲) هر جمله را دو برابر می‌کنیم.
(۳) از هر جمله ۴ عدد کم می‌کنیم. (۴) به هر جمله ۷ عدد اضافه می‌کنیم.

۸۸۰. در دنباله ۹۸, ۱۳, ۸, ۳, ... چند جمله وجود دارد؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

(۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

۸۸۱. اگر $p-1, -\frac{13}{p}, 2p$ به ترتیب از چپ به راست سه جمله اول یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک مثبت باشند، جمله چندم این دنباله برابر با ۱ است؟

(۱) ششم (۲) هفتم (۳) هشتم (۴) نهم (کانون فرهنگی آموزش)

۸۸۲. اگر هر یک از جملات یک دنباله حسابی را به توان ۲ برسانیم، مقدار اختلاف مشترک چه تغییری می‌کند؟

(۱) ثابت می‌ماند. (۲) به توان ۲ می‌رسد. (۳) دنباله حسابی نیست. (۴) دو برابر می‌شود.

۸۸۳. کدام دنباله حسابی زیر، صعودی است؟

(۱) $8, \frac{15}{3}, 7, \dots$ (۲) ۶, ۶, ۶, ... (۳) $-2, -4, -6, \dots$ (۴) $1 + \sqrt{2}, 1 + 2\sqrt{2}, 1 + 5\sqrt{2}, \dots$

۸۸۴. چه تعداد از دنباله‌های زیر، صعودی (افزایشی) هستند؟

(الف) ۳, ۶, ۹, ... (ب) $a_n = 2n + 2$ (پ) $b_n = 3 - 2n$ (ت) $\{(1, 2), (2, \frac{3}{2}), (3, 1), \dots\}$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۸۵. اگر دو نقطه (۳, ۵) و (۷, ۱۳) دو جمله از دنباله حسابی باشند، جمله دهم این دنباله کدام است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۱۹ (۳) ۱۷ (۴) ۱۵

۸۸۶. کدام تابع زیر، یک دنباله حسابی را نشان می‌دهد؟

(۱) $y = 2x^2 - 1$ (۲) $y = \frac{5x-1}{x}$ (۳) $y = \frac{4x-1}{2}$ (۴) $y = \sqrt{x+1}$

۸۸۷. دنباله ۷, ۱۰, ۱۳, ... معرف کدام تابع است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

(۱) $y = 2x + 1$ (۲) $y = 3x + 4$ (۳) $y = 3x - 1$ (۴) $y = 2x + 5$

اکنون مقدار $r = 3$ را در یکی از معادله‌ها جای گذاری می‌کنیم تا مقدار a_1 را به دست آوریم:

$$a_r = 27 \rightarrow a_1 r^2 = 27 \xrightarrow{r=3} a_1 (3)^2 = 27 \Rightarrow 9a_1 = 27 \Rightarrow a_1 = \frac{27}{9} \Rightarrow a_1 = 3$$

$$a_v = a_1 r^6 \rightarrow a_v = 3 \times 3^6 \Rightarrow a_v = 2187$$

با توجه به مقدار $a_1 = 3$ و $r = 3$ ، مقدار a_v را محاسبه می‌کنیم:

روش دوم

نکته: اگر در دنباله هندسی، دو جمله دلخواه مانند a_m و a_n را داشته باشیم، نسبت مشترک دنباله با استفاده از رابطه $r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n}$ به دست می‌آید.

اگر جمله‌ای مانند a_s خواسته شد، می‌توان بدون محاسبه a_1 از رابطه $a_s = a_m \times r^{s-m}$ یا $a_s = a_n \times r^{s-n}$ استفاده کرد.

$$\begin{cases} a_r = 27 \\ a_5 = 243 \end{cases} \Rightarrow r^{5-2} = \frac{a_5}{a_r} \Rightarrow r^3 = \frac{243}{27} \Rightarrow r^3 = 9 \Rightarrow r = \pm 3 \xrightarrow{r>0} r = 3 \text{ قابل قبول}$$

$$a_s = a_m \times r^{s-m} \Rightarrow a_v = a_5 \times r^{v-5} \Rightarrow a_v = 243 \times (3)^2 = 243 \times 9 \Rightarrow a_v = 2187$$

حال مقدار a_v را محاسبه می‌کنیم:

انواع دنباله هندسی

چهار دنباله زیر، انواع دنباله هندسی را نشان می‌دهند.

- ۱) دنباله افزایشی ۲) دنباله کاهشی ۳) دنباله ثابت ۴) دنباله نوسانی

دنباله افزایشی

در این دنباله، جمله اول دنباله هندسی (a_1)، عددی مثبت می‌باشد و هر چه شماره جمله بیشتر می‌شود، مقدار جمله نیز افزایش می‌یابد. دو حالت برای این دنباله وجود دارد:

۱) $a > 0$ و $r > 0$

برای نمونه داریم:

$$1, 3, 9, 27, 81, \dots$$

$$\begin{cases} a_1 = 1 \Rightarrow a_1 > 0 \\ r = 3 \Rightarrow r > 1 \end{cases}$$

۲) $a_1 < 0$ و $0 < r < 1$

برای نمونه داریم:

$$-5, -1, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{25}, \dots$$

$$\begin{cases} a_1 = -5 \Rightarrow a_1 < 0 \\ r = +\frac{1}{5} \Rightarrow 0 < r < 1 \end{cases}$$

دنباله کاهشی

در این دنباله، جمله اول دنباله هندسی می‌تواند مثبت یا منفی باشد یا افزایش شماره جمله، مقدار جمله کاهش می‌یابد. دو حالت برای این دنباله وجود دارد.

۱) $a_1 > 0$ و $0 < r < 1$

برای نمونه داریم:

$$1, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \dots$$

$$\begin{cases} a_1 = 1 \Rightarrow a_1 > 0 \\ r = \frac{1}{2} \Rightarrow 0 < r < 1 \end{cases}$$

۲) $a_1 < 0$ و $r > 1$

برای نمونه داریم:

$$-2, -4, -8, -16, \dots$$

$$\begin{cases} a_1 = -2 \Rightarrow a_1 < 0 \\ r = +2 \Rightarrow r > 1 \end{cases}$$

دنباله ثابت

در این دنباله، با هر مقدار a_1 جملات همواره با هم برابرند و $r = 1$ است. برای نمونه داریم:

ب) $-4, -4, -4, -4, \dots$

$$\begin{cases} a_1 = -4 \Rightarrow a_1 < 0 \\ r = 1 \end{cases}$$

الف) $2, 2, 2, 2, \dots$

$$\begin{cases} a_1 = 2 \Rightarrow a_1 > 0 \\ r = 1 \end{cases}$$

۱. گزینه ۲

با توجه به اتحاد مربع تفاضل دو جمله‌ای $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ حاصل اتحاد را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 &= (\sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{2})(\frac{1}{\sqrt{2}}b) + (\frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 \\ &= 2 - 2b + \frac{1}{2}b^2 \end{aligned}$$

۲. گزینه ۲

$$\begin{aligned} (\sqrt{2x} + \frac{1}{\sqrt{2x}})^2 &= (\sqrt{2x})^2 + (\frac{1}{\sqrt{2x}})^2 + 2(\sqrt{2x})(\frac{1}{\sqrt{2x}}) \\ &= 2x + \frac{1}{2x} + \sqrt{2} \end{aligned}$$

۳. گزینه ۲

روش اول

$$\begin{aligned} (3x-y)^2 - (3x+y)^2 &= (9x^2 + y^2 - 6xy) - (9x^2 + y^2 + 6xy) \\ &= 9x^2 + y^2 - 6xy - 9x^2 - y^2 - 6xy = -12xy \end{aligned}$$

روش دوم

نکته: همواره داریم:

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

$$(a-b)^2 - (a+b)^2 = -4ab$$

$$\left(\frac{3x}{a} - \frac{y}{b}\right)^2 - \left(\frac{3x}{a} + \frac{y}{b}\right)^2 = -4ab = -4(3x)(y) = -12xy$$

۴. گزینه ۴ وقتی عبارت $4x^2 + Ax + \frac{9}{4}$ مربع کامل باشد، یعنی به صورت

$a^2 \pm 2ab + b^2$ است، بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} 4x^2 + Ax + \frac{9}{4} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 4x^2 \Rightarrow a = 2x \\ b^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow b = \frac{3}{2} \\ 2ab = Ax \end{cases}$$

با جای گذاری a و b مقدار A به دست می‌آید:

$$2ab = Ax \xrightarrow{a=2x, b=\frac{3}{2}} 2(2x)\left(\frac{3}{2}\right) = Ax$$

$$\Rightarrow 6x = Ax \Rightarrow A = 6$$

۵. گزینه ۲ به جای x در عبارت $x^2 - 4x$ مقدار آن را جای گذاری می‌کنیم:

$$\begin{aligned} x^2 - 4x &= (2 + \sqrt{3})^2 - 4(2 + \sqrt{3}) \\ &= 2^2 + 2(2)(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 - 8 - 4\sqrt{3} \\ &= 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} = -1 \end{aligned}$$

۶. گزینه ۴ عبارت $4x^2 - 10x + 9$ شبیه به اتحاد مربع تفاضل دو جمله‌ای

است (چیزی را کم دارد که بعداً به آن اضافه می‌کنیم).

$$\left. \begin{aligned} 4x^2 - 10x + 9 \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \text{مربع جمله اول: } a^2 = 4x^2 \Rightarrow a = 2x \\ \text{مربع جمله دوم: } b^2 = 9 \Rightarrow b = 3 \\ \text{دو برابر حاصل ضرب جمله اول در جمله دوم:} \\ -2ab = -2(2x)3 = -12x \end{cases}$$

در عبارت اصلی $-10x$ داریم که با اضافه کردن $-2x$ تبدیل به مربع کامل می‌شود.

۷. گزینه ۱ در واقع عبارت $4x^2 - 6x + \frac{1}{4}$ باید شبیه به $a^2 - 2ab + b^2$

باشد (البته چیزی کم دارد که باید به آن اضافه کنیم).

$$\left\{ \begin{aligned} 4x^2 - 6x + \frac{1}{4} + \circ \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 4x^2 \Rightarrow a = 2x \\ 2ab = 6x \xrightarrow{a=2x} 2(2x)b = 6x \\ \Rightarrow 4b = 6 \Rightarrow b = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ b^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow b^2 = \frac{9}{4} = \frac{1}{4} + \circ \\ \Rightarrow \circ = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2 \end{cases}$$

۸. گزینه ۳ اگر در تساوی $a^2 + 4b^2 = 4ab$ عبارت fab را به طرف چپ تساوی ببریم، طرف چپ تبدیل به اتحاد مربع دو جمله‌ای می‌شود.

$$a^2 + 4b^2 = 4ab \Rightarrow \frac{a^2 - 4ab + 4b^2}{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}} = 0 \Rightarrow (a-2b)^2 = 0$$

اگر مجذور عبارتی برابر صفر باشد، آن عبارت را مساوی صفر قرار می‌دهیم. بنابراین:

$$a - 2b = 0 \Rightarrow a = 2b$$

حال با جای گذاری $a = 2b$ در $a^2 - 4b^2$ حاصل آن را به دست می‌آوریم:

$$a^2 - 4b^2 \xrightarrow{a=2b} (2b)^2 - 4b^2 = 4b^2 - 4b^2 = 0$$

۹. گزینه ۱ ابتدا اتحاد $(x + \frac{1}{x})^2$ را باز می‌کنیم:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right) = 5$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 5 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

حال طرفین عبارت فوق را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 3^2 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} + 2\left(x^2\right)\left(\frac{1}{x^2}\right) = 9$$

$$\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 9 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 7$$

۱۰. گزینه ۳ دو طرف عبارت $(5x - \frac{3}{2x}) = 4$ را به توان دو می‌رسانیم تا

عبارت خواسته شده را بیابیم:

$$\left(5x - \frac{3}{2x}\right)^2 = 4^2 \Rightarrow (5x)^2 - 2(5x)\left(\frac{3}{2x}\right) + \left(\frac{3}{2x}\right)^2 = 16$$

اتحاد مربع دو جمله‌ای

$$25x^2 - 15 + \frac{9}{4x^2} = 16 \Rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} = 16 + 15 = 31$$

۱۱. گزینه ۴ برای به دست آوردن $9x^2 + \frac{1}{4x^2}$ از روی $(3x + \frac{1}{2x}) = 5$

باید هر دو طرف را به توان ۲ برسانیم:

$$\left(3x + \frac{1}{2x}\right)^2 = (5)^2 \Rightarrow (3x)^2 + 2(3x)\left(\frac{1}{2x}\right) + \left(\frac{1}{2x}\right)^2 = 25$$

اتحاد مربع دو جمله‌ای

$$\Rightarrow 9x^2 + 3 + \frac{1}{4x^2} = 25 \Rightarrow 9x^2 + \frac{1}{4x^2} = 25 - 3 = 22$$

۶۳. گزینه ۳

روش اول ابتدا با تجزیه کردن سه کسر بین آن‌ها مخرج مشترک می‌گیریم.

$$\left. \begin{aligned} \text{مخرج کسر اول: } x-1 \\ \text{مخرج کسر دوم: } x+1 \\ \text{مخرج کسر سوم: } x^2-1=(x-1)(x+1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مخرج مشترک سه کسر: } (x-1)(x+1)$$

بین سه کسر مخرج مشترک می‌گیریم و آن‌ها را جمع و تفریق می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{x^2-1} &= \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x(x+1) + 3(x-1) - (4x-2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2+x+3x-3-4x+2}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x^2-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = 1 \end{aligned}$$

روش دوم

فرمول ممنوع: با جای‌گذاری $x=0$ (و یا هر عددی که دوست دارید، البته به جز ۱ و -۱ که مخرج‌ها را صفر می‌کنند) به راحتی به گزینه «۳» خواهید رسید.

$$x=0 \Rightarrow \frac{0}{0-1} + \frac{3}{0+1} - \frac{4(0)-2}{0^2-1} = 0 + 3 - \frac{-2}{-1} = 3 - 2 = 1$$

۶۴. گزینه ۱

$$\frac{3x}{x^2-4} = \frac{A(x+2)}{(x-2)(x+2)} + \frac{B}{(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{3x}{x^2-4} = \frac{Ax+2A+B}{x^2-4} \Rightarrow 3x+0 = Ax+(2A+B)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A=3 \\ 2A+B=0 \Rightarrow B=-2A=-2(+3)=-6 \end{cases}$$

۶۵. گزینه ۲

روش اول ابتدا هر یک از پرانتزها را با مخرج مشترک‌گیری به طور جداگانه ساده‌تر می‌کنیم و سپس آن‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \left(2 + \frac{x^2}{x-4}\right) \div \left(1 + \frac{1}{x-4}\right) &= \left(\frac{2(x-4)+x^2}{x-4}\right) \div \left(\frac{x-4+1}{x-4}\right) \\ &= \frac{x^2+2x-8}{x-4} \div \frac{x-3}{x-4} \end{aligned}$$

با تذکره: دقت کنید وقتی تقسیم را به ضرب تبدیل می‌کنید باید کسر دوم را به صورت وارونه بنویسید.

$$\Rightarrow \frac{x^2+2x-8}{x-4} \times \frac{x-4}{x+4} = \frac{(x+4)(x-2)}{(x-4)} \times \frac{(x-4)}{(x+4)} = x-2$$

روش دوم

فرمول ممنوع: می‌توانیم با عددگذاری و بررسی گزینه‌ها نیز به جواب صحیح برسیم.

اگر $x=2$ را در معادله اصلی قرار دهیم، حاصل عبارت اصلی صفر می‌شود که فقط گزینه «۲» به ازای $x=2$ صفر است.

$$\begin{aligned} \text{عبارت اصلی: } \left(2 + \frac{x^2}{x-4}\right) \div \left(1 + \frac{1}{x-4}\right) \\ \xrightarrow{x=2} \left(2 + \frac{4}{-2}\right) \div \left(1 + \frac{1}{-2}\right) = (2-2) \div (1-0.5) = 0 \div (-0.5) = 0 \end{aligned}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $2x-2 \xrightarrow{x=2} 2(2)-2=2 \neq 2$
 گزینه «۲»: $x-2 \xrightarrow{x=2} 2-2=0 \checkmark$
 گزینه «۳»: $x+1 \xrightarrow{x=2} 2+1=3 \neq 2$
 گزینه «۴»: $x+2 \xrightarrow{x=2} 2+2=4 \neq 2$

۶۶. گزینه ۴

روش اول ابتدا هر یک از پرانتزها را با مخرج مشترک‌گیری و تجزیه کردن ساده می‌کنیم:

$$\left(\frac{2x+1}{1} - \frac{3}{x}\right) = \frac{(2x+1)(x)-3}{x} = \frac{2x^2+x-3}{x}$$

عبارت $2x^2+x-3$ را به روش A تجزیه می‌کنیم (در ضریب x^2 ضرب می‌کنیم)

$$A = 2x^2 + x - 3 \xrightarrow{\text{طرفین ضرب در } 2} 2A = 4x^2 + 2x - 6 \Rightarrow 2A = (2x)^2 + 1(2x) - 6$$

جمله مشترک $2x$ و حاصل ضرب غیرمشترک‌ها -6 و حاصل جمع آن‌ها ۱ است.

$$2A = (2x-2)(2x+3) \Rightarrow 2A = 2(x-1)(2x+3)$$

فاکتورگیری از ۲

$$\xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } 2} A = (x-1)(2x+3) \Rightarrow$$

$$\frac{(x-1)(2x+3)}{x}$$

$$\frac{2}{1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2(x+1)+1}{x+1} = \frac{2x+2+1}{x+1} = \frac{2x+3}{x+1}$$

ساده شده دو پرانتز را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{(x-1)(2x+3)}{x} \div \frac{2x+3}{x+1}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم را به ضرب تبدیل می‌کنیم}} \frac{(x-1)(2x+3)}{x} \times \frac{x+1}{(2x+3)} \times \frac{(x-1)(x+1)}{x}$$

$$= \frac{x^2-1}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{x}$$

روش دوم

فرمول ممنوع: به راحتی با جای‌گذاری $x=1$ در عبارت اصلی و گزینه‌ها می‌توان به گزینه «۴» رسید.

۶۷. گزینه ۳ عبارت موردنظر را A در نظر می‌گیریم:

$$A + \frac{2}{x+1} = \frac{3x-1}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{3x-1}{x^2-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{3x-1}{x^2-1} - \frac{2(x-1)}{x^2-1}$$

$$= \frac{3x-1-2x+2}{x^2-1} = \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x-1}$$

۶۸. گزینه ۱

روش اول ابتدا دو پرانتز را با مخرج مشترک‌گیری و تجزیه کردن ساده می‌کنیم:

$$x^2 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج دو جمله‌ای}} x^2 - 3(x^2)(2) + 2(x)(2^2) - 2^2 = (x-2)^2$$

$$\frac{x}{x^2-4x+4} - \frac{1}{x-2} = \frac{x}{(x-2)^2} - \frac{1}{x-2}$$

$$\xrightarrow{\text{مخرج مشترک می‌گیریم}} \frac{x-1(x-2)}{(x-2)^2} = \frac{x-x+2}{(x-2)^2} = \frac{2}{(x-2)^2}$$

۸۳۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۳۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۳۳.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۳۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۳۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۳۶.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۳۷.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۳۸.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۳۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۴۰.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۴۱.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۴۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۴۳.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۴۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۴۵.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۴۶.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۴۷.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۴۸.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۴۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۵۰.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۵۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۵۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۵۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۵۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۵۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۵۶.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۵۷.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۵۸.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۵۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۶۰.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۶۱.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۶۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۶۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۶۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۶۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۶۶.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۶۷.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۶۸.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۶۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۷۰.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۷۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۷۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۷۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۷۴.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۷۵.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۷۶.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۷۷.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۷۸.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۷۹.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۸۰.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۸۱.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۸۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۸۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۸۴.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۸۵.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۸۶.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۸۷.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۸۸.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۸۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۹۰.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۹۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۹۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۹۳.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۹۴.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۹۵.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۹۶.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸۹۷.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۹۸.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸۹۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۰۰.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۰۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۰۲.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۰۳.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۰۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۰۵.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۰۶.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۰۷.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۰۸.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۰۹.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۱۰.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۱۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۱۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۱۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۱۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۱۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۱۶.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۱۷.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۱۸.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۱۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۲۰.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۲۱.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۲۲.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۲۳.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۲۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۲۵.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۲۶.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۲۷.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۲۸.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۲۹.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۳۰.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۳۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۳۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۳۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۳۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۳۵.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۳۶.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۳۷.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۳۸.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۳۹.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۴۰.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۴۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۴۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۴۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۴۴.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۴۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۴۶.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۴۷.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۴۸.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۴۹.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۵۰.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۵۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۵۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۵۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۵۴.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۵۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۵۶.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۵۷.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۵۸.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۵۹.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۶۰.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۶۱.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۶۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۶۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۶۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۶۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۶۶.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۶۷.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۶۸.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۶۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۷۰.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۷۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۷۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۷۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۷۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۷۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۷۶.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۷۷.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۷۸.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۷۹.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۸۰.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۸۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۸۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۸۳.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۸۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۸۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۸۶.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۸۷.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۸۸.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۸۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۹۰.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۹۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۹۲.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۹۳.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۹۴.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۹۵.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۹۶.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۹۷.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹۹۸.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹۹۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۰۰.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۰۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۰۲.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۰۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۰۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۰۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۰۶.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۰۷.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۰۸.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۰۹.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۱۰.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۱۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۱۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۱۳.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۱۴.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۱۵.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۱۶.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۱۷.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۱۸.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۱۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۲۰.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۲۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۲۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۲۳.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۲۴.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۲۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۲۶.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۲۷.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۲۸.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۲۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۳۰.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۳۱.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۳۲.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۳۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۳۴.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۳۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۳۶.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۳۷.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۳۸.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۳۹.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۴۰.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۴۱.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۴۲.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۴۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۴۴.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۴۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۴۶.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۴۷.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۴۸.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۴۹.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۵۰.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۵۱.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰۵۲.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۵۳.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۵۴.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰۵۵.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>