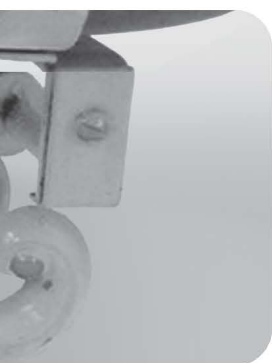


عبارت‌های جبری

تو این فصل همه مطالب مربوط به عبارت‌های جبری که سال نهم و دهم باهاشون آشنا شدین، اعم از انواع اتحادها، تجزیه، محاسبات با عبارت‌های گویا و ... رو خیلی ساده و منظم آوردیم. لطفاً اصلاً هول نشید. تازه اول کتابیم یواش یواش با هدف و قلم ما آشنا می‌شین. یکی از مهمترین هدفامون اینه که از ریاضی نترسین و فرار نکنین! یه سؤال ریاضی تو نتیجه لگورتون خیلی تأثیرگذاره شاید موثرتر از بعضی درس‌های دیگه باشه که باهاشون راحت‌ترین. این فصل یه بحث پایهای تو ریاضیات و برای همین اهمیت ویژه‌ای داره. خوندن درس‌نامه‌ها یادتون نره. یه بسم الله بگید و شروع کنین که خیلی کار داریم! بسم الله

$$+ b^2$$



- ◀ چند جمله‌ای‌ها ۱۰
- ◀ اتحادهای جبری ۱۲
- اتحاد مربع مجموع دو جمله‌ای ۱۳
- اتحاد مربع تفاضل دو جمله‌ای ۱۴
- اتحاد مربع سه جمله‌ای ۱۵
- اتحاد مزدوج ۱۶
- اتحاد یک جمله مشترک ۱۶
- اتحاد مجموع مکعبات دو جمله ۱۷
- اتحاد مکعب مجموع دو جمله ۱۸
- مثالث خیام ۱۹
- ◀ تجزیه ۲۰
- فاکتورگیری و دسته‌بندی ۲۱
- تجزیه با استفاده از اتحادها ۲۱
- ◀ کاربرد اتحاد و تجزیه در برخی محاسبات عددی ۲۲
- ◀ عبارت‌های گویا ۲۳
- دامنه عبارت‌های گویا ۲۳
- ساده‌کردن عبارت‌های گویا ۲۳
- کوچک‌ترین مضرب مشترک ۲۴
- جمع و تفریق عبارت‌های گویا ۲۵

تعداد تست‌های درس‌نامه: ۲۲

تعداد تست‌های تمرین: ۷۸

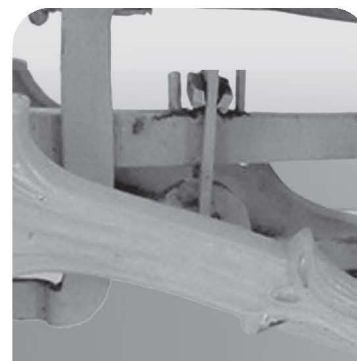
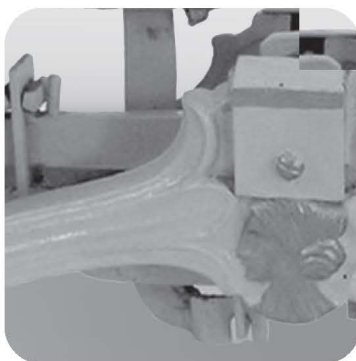
تعداد تست‌های آزمون: ۳۰

تعداد کل: ۱۳۰

$$(a + b)^r$$



$$a^r + r a b$$



عبارت‌های جبری

چند جمله‌ای‌ها

1

به هر عبارت که به فرم حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان‌های صحیح نامنفی (عدد حسابی) از یک یا چند متغیر باشد، یک جمله‌ای گفته می‌شود. به بیان ریاضی هر عبارت به فرم ax^n که در آن $a \in \mathbb{R}$ و $n \in \mathbb{W}$ باشد یک جمله‌ای است. a را ضریب عددی و n را درجه یک جمله‌ای می‌نامیم.

به عنوان مثال عبارت‌های جبری 7 ، $-\pi x^2$ ، $-\frac{2}{3}xy$ و $\sqrt{3}ab^2$ یک جمله‌ای هستند اما عبارت‌هایی مثل $\frac{1}{x^2}$ ، $\sqrt[3]{x}$ و $|x|$ و 5^x یک جمله‌ای نیستند.

اگر یک جمله‌ای شامل بیش از یک متغیر باشد، درجه نسبت به همه متغیرها، همچنین حاصل ضرب آنها قابل تعریف است. درجه یک جمله‌ای نسبت به هر متغیر، توان آن و نسبت به دو یا چند متغیر جمع توان آنها می‌باشد.

مثلاً در یک جمله‌ای $-\sqrt{2}x^2y^2$ درجه نسبت به x برابر ۲، نسبت به y برابر ۲ و نسبت به x و y برابر $2+2=4$ خواهد بود.

اگر قسمت حرفی یک جمله‌ای دقیقاً شبیه به هم باشند آنها را **متشابه** می‌گویند.

به عنوان مثال عبارت‌های $\frac{2}{3}xy^2$ ، $\sqrt{3}xy^2$ و $5xy^2$ متشابه‌اند و می‌توانند جمع و تفریق شوند اما یک جمله‌ای‌هایی نظیر $2x$ ، $3x^2$ و $-x^3$ متشابه نیستند، پس نمی‌توان آنها را جمع و تفریق نمود.

در جمع و تفریق یک جمله‌ای‌های متشابه، ضرایب عددی جمع و تفریق می‌شوند. به بیان دیگر از قسمت حرفی آنها فاکتور گرفته می‌شود و ضرایب با هم جمع و تفریق می‌شوند. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\Rightarrow 5x^2y - 3x^2y + \frac{2}{5}x^2y = x^2y(5 - 3 + \frac{2}{5}) = x^2y(2 + \frac{2}{5}) = \frac{12}{5}x^2y$$

$$\Rightarrow \frac{4}{\sqrt{5}}x^2 + \sqrt{64}yx - \frac{3x^2}{\sqrt{5}} - 8xy = x^2(\frac{4}{\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5}}) + xy(\sqrt{64} - 8) = \frac{x^2}{\sqrt{5}}$$

اما یک جمله‌ای‌های غیرمتشابه قابلیت جمع و تفریق ندارند.

مثلاً عبارت $5x^3 + 3x$ ساده‌تر نمی‌شود زیرا $5x^3$ و $3x$ متشابه نیستند.

در ضرب یک جمله‌ای‌ها باید ضرایب را در هم و متغیرها را نیز در هم ضرب نمود. به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$\Rightarrow (2x^3)^2 \times (-\frac{1}{3}x^2y) = 2^2 \times x^{3 \times 2} \times (-\frac{1}{3})x^2y = 4x^6 \times (-\frac{1}{3})x^2y = -\frac{4}{3}x^8y$$

$$\Rightarrow (-\frac{1}{2}x)^2 \times (-\frac{4}{5}x^2y^3) = (-\frac{1}{2} \times \frac{4}{5})x^2 \times x^2y^3 = -\frac{1}{5}x^4y^3$$

$$\Rightarrow 2(3x)^2 \times (-5xy) - 7y(-2x)^3 = 2 \times 9x^2 \times (-5xy) - 7y(-8x^3) = -90x^3y + 56x^3y = -34x^3y$$

Teacher
online

در تمرین قبل چرا $2(3x)^2$ رو ننوشتیم؟ همیشه توضیح برید؟



بله چرا همیشه؟ به این می‌گن تقدیم اعمال جبری. باید بدونی که توی محاسبات عبارت‌های جبری اول باید سراغ عبارت‌های داخل پرانتز بری، بعد توان، بعد ضرب و تقسیم، در انتها هم جمع و تفریق. معنیش اینه که ضرب و تقسیم هم اولویتند و آنگاه کنار هم بیان باید از چپ به راست محاسبه بشن. مثلاً حاصل عبارت $20 \div 5 \times 3$ برابر می‌شه با ۱۲، اما آنگاه اول ضرب انجام بشه، جواب ۱ می‌شه که غلطه. برای اینکه خیالت حسابی راحت بشه روند محاسبات رو تو چند تا مثال پیگیری بهت نشون می‌دم:

(الف) $15 - 6 \times 3 + 40 \div 5 = 15 - 18 + 8 = 5$

(ب) $-1 + 1 \div 2 - (2 \times (6 \div (-3))) + 2(-2 + 1) = -1 + \frac{1}{2} - (2 \times (-2)) + 2(-1)$
 $= -1 + \frac{1}{2} + 4 - 2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$

(ج) $5 - 3[2 + 5 \times 3 - 7 \times 2^2 + 8] \times 2 - 3^2 \times 4 \times 5 \div 12 \div 3$
 $= 5 - 3[2 + 15 - 28 + 8] \times 2 - 9 \times 20 \div 12 \div 3$
 $= 5 - 3(-3) \times 2 - 180 \div 12 \div 3 = 5 + 18 - 15 \div 3 = 5 + 18 - 5 = 18$

آنگاه دوست داشتی بیشتر تمرین کنی، می‌تونی از فوریت سوالات مشابه طرح کنی.



تست در عبارت $3(-2\sqrt{2}x)^2(xy^2)^3 - (3x^2y^3)^2 \times 7x$ ضریب عددی و درجه تک جمله‌ای حاصل، نسبت به x به ترتیب کدام است؟

۵ و -۳۹ (۴)

۶ و ۸۷ (۳)

۶ و ۳۹ (۲)

۵ و -۸۷ (۱)

پاسخ $3(-2\sqrt{2}x)^2(xy^2)^3 - (3x^2y^3)^2 \times 7x = 3 \times 4 \times 2x^2 \times x^3y^6 - 9x^4y^6 \times 7x = 24x^5y^6 - 63x^5y^6 = -39x^5y^6$

بنابراین ضریب -۳۹ و درجه نسبت به متغیر x برابر ۵ است.

گزینه‌ها

از جمع و تفریق یک جمله‌ای‌ها چندجمله‌ای حاصل می‌شود. باید بدانیم که یک جمله‌ای نیز چندجمله‌ای در نظر گرفته می‌شود.

به عنوان مثال عبارت‌های جبری به فرم $\sqrt{3}$ ، $2x - 3$ ، $x^2 + 3y$ و $\sqrt{2}xy - 5$ چندجمله‌ای هستند، اما عبارت‌هایی نظیر $\sqrt{x} + 2$ ، $|x| + 3y$ و $\frac{y}{x}$ چندجمله‌ای نیستند.

درجه یک چندجمله‌ای بزرگ‌ترین توان متغیر آن است.

مثلاً در عبارت $3x^3 - 5x^2 + 1$ درجه چندجمله‌ای برابر ۳ است.

محاسبات جبری روی چندجمله‌ای‌ها: در جمع و تفریق چندجمله‌ای‌ها، مانند یک جمله‌ای، جملات مشابه جمع و تفریق می‌شوند. در ضرب هم باید توجه کنید که تمامی جملات چندجمله‌ای اول، در چند جمله‌ای دوم ضرب می‌شود. به مثال‌های زیر توجه کنید:

➡ $(x-1)(2x+5) = 2x^2 + 5x - 2x - 5 = 2x^2 + 3x - 5$

➡ $(3x^2 + 2)(4 - x) = 12x^2 - 3x^3 + 8 - 2x = -3x^3 + 12x^2 - 2x + 8$

➡ $2xy + x(3x+2y) - (2x-3y)(3x+y) = 2xy + 3x^2 + 2xy - (6x^2 + 2xy - 9xy - 3y^2) = 3x^2 + 4xy - 6x^2 - 2xy + 9xy + 3y^2$
 $= -3x^2 + 11xy + 3y^2$

محاسبات عددی مربوط به چندجمله‌ای‌ها: برای به دست آوردن مقدار یک چندجمله‌ای به ازای یک عدد داده شده، کافی است آن عدد را به جای متغیر قرار دهیم و مقدار چندجمله‌ای را محاسبه کنیم. تقدم اعمال جبری که در ابتدای فصل به آن پرداختیم در این مسائل نیز باید به دقت مورد توجه قرار گیرد.




تست حاصل عبارت $A = 2x^2y - 3xy^2 + 5xy - 4y^3x$ به ازای $x = +3$ و $y = -2$ کدام است؟

۶ (۱) -۶ (۲) ۳۶ (۳) -۳۶ (۴)


$$2x^2y - 3xy^2 + 5xy - 4y^3x = 2 \times (3)^2 \times (-2) - 3 \times (3) \times (-2)^2 + 5 \times 3 \times (-2) - 4 \times (-2)^3 \times (3) \\ = -36 - 36 - 30 + 96 = -6$$

پاسخ

گزینه ۲



Teacher
online



تفاوتی بین $(-x)^2$ و $-x^2$ در عبارت‌های جبری رو توضیح می‌دین؟ مثلاً تو سوال بالا $(-2)^2$ و -2^2 چه فرقی دارن؟

آه به قدری اعمال جبری توفه کنی جواب معلوم میشه. تو عبارت اول تقدم با پرانتز، بعد توان دو اثر می‌کنه. پس علامت منفی هم به توان ۲ می‌رسه و از بین می‌ره، اما تو عبارت دوم، اول توان دو اثر می‌کنه و بعد جوابش تو منفی ضرب می‌شه. یعنی $-2^2 = -4$ و $(-2)^2 = 4$ برای اینکه بهتر متوجه بشی حاصل عبارت زیر رو به ازای $x = -2$ و $y = -1$ پیدا می‌کنم:

$$A = -2x^2y^3 + 3xy^2 - 5x^3y \stackrel{\substack{x=-2 \\ y=-1}}{=} -2 \times (-2)^2 \times (-1)^3 + 3 \times (-2) \times (-1)^2 - 5 \times (-2)^3 \times (-1) \\ = -2(4)(-1) + 3(-2)(1) - 5(-8)(-1) = 8 - 6 - 40 = -38$$

2 اتحادهای جبری

به طور کلی به هر تساوی همیشه درست یک اتحاد گفته می‌شود، اتحاد یعنی تساوی‌هایی که صحت آنها ربطی به مقدار متغیر نداشته باشد. به عنوان مثال تساوی $x(2x + 3) = 2x^2 + 3x$ یک اتحاد است، زیرا این تساوی همیشه برقرار است و درستی آن ارتباطی به مقدار متغیر x ندارد. باید توجه داشت که فرق بین اتحاد و معادله در همین مطلب نهفته است.

معادله یک تساوی است که به ازای برخی مقادیر متغیر برقرار است و البته می‌تواند بدون جواب هم باشد.

مثلاً $2x + 1 = -3$ یک معادله نامیده می‌شود زیرا فقط در $x = -2$ برقرار است. به مثال زیر توجه کنید:

اگر تساوی $(ax + 2)(2x - b) = 2x^2 + 5x - 2$ یک اتحاد باشد، $a + b$ را بیابید.

روش اول: از آن جا که تساوی داده شده یک اتحاد است، پس صحت آن ربطی به مقدار متغیر x ندارد، بنابراین تساوی را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$-2x^2 + 5x - 2 = 2ax^2 + (4 - ab)x - 2b$$

با متحد قرار دادن دو طرف به این نتیجه می‌رسیم که باید ضریب x^2 در دو طرف برابر -2 ، ضریب x برابر 5 و عدد ثابت هم برابر -2 باشد، لذا تساوی‌های زیر به دست می‌آیند.

$$\begin{cases} 2a = -2 \Rightarrow a = -1 \\ -2b = -2 \Rightarrow b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1 + 1 = 0$$

56 حاصل عبارت $\frac{m}{m+1} + 1$ به ازای کدام مجموعه مقادیر m تعریف نشده است؟

- (۱) $\{0\}$ (۲) $\{0, -1\}$ (۳) $\{0, 1\}$ (۴) $\{-1\}$

57 عبارت گویای $A = \frac{x+1}{\frac{x-2}{x+4} - \frac{x-5}{x-5}}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟

- (۱) $\{-4, 2, 5\}$ (۲) $\{2, 5\}$ (۳) $\{-2, -4\}$ (۴) $\{-5, -2, 1, 4\}$

58 به ازای کدام مقدار a ، عبارت $\frac{1}{x^2 - a}$ برای همه مقادیر x تعریف شده است؟

- (۱) $a = 1$ (۲) $a = 0$ (۳) $a = -1$ (۴) $a = 4$

59 اگر عبارت گویای $\frac{4x}{x+a}$ به ازای $x = -2$ تعریف نشده باشد، مقدار این عبارت به ازای $x = 2$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

60 ساده شده عبارت گویای $\frac{4x^3 + 2x^2}{2x^2}$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

- (۱) $4x^3$ (۲) $4x^3 + 1$ (۳) $3x^3$ (۴) $2x + 1$

61 ساده شده عبارت گویای $\frac{9x^2 - 1}{9x^2 + 3x - 2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-1}{3x-2}$ (۲) $\frac{3x-1}{3x+2}$ (۳) $\frac{3x+1}{3x+2}$ (۴) $\frac{3x-1}{3x-2}$

62 ساده شده عبارت $\frac{4x^4(x^2-5)^2 - 2x^2(x^2-5)^2}{x^5 - 25x}$ کدام است؟

- (۱) $x^4 - 10x$ (۲) $x^4 + 10x$ (۳) $2x^3 - 10x$ (۴) $2x^3 + 10x$

63 کوچک ترین مضرب مشترک دو عبارت $x^2 + 2x$ و $x^2 + x - 2$ کدام است؟

- (۱) $x^2 - x$ (۲) $x - 1$ (۳) $x^3 + x^2 - 2x$ (۴) $x^2 + x^2$

64 مخرج مشترک عبارت $\frac{1}{x^2 - 5x} - \frac{1}{x^2 - 10x + 25}$ کدام است؟

- (۱) $x - 5$ (۲) $x(x-5)$ (۳) $x(x-5)^2$ (۴) $x(x^2 - 25)$

65 در به دست آوردن حاصل عبارت $P(x) = \frac{3x-1}{x(x-1)} + \frac{2x+5}{(x^2-1)(x^2+3x^2)}$ ، برای اینکه مخرج کسر اول مانند مخرج مشترک شود، باید

صورت و مخرج آن را در کدام عبارت ضرب کرد؟

- (۱) $x^3 + 4x^2 + 3x$ (۲) $x^2 + 4x + 3$
(۳) $x^4 + 4x^3 + 3x^2$ (۴) $x^2 + 2x^2 - 3x$

66 حاصل عبارت $\frac{3x+3}{3x-3} - 2$ کدام است؟ ($x \neq 1$)

- (۱) $\frac{3-x}{x+1}$ (۲) $\frac{3-x}{x-1}$ (۳) $\frac{3x-1}{x-1}$ (۴) -3

(انسانی - خارج - ۹۱)

67 حاصل عبارت $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{x^2-1}$ برابر کدام است؟

(۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

(انسانی - خارج - ۹۲)

68 حاصل $(x + \frac{2}{x-3})(1 - \frac{1}{x-2})$ کدام است؟

(۱) $x-1$ (۲) $x+1$ (۳) $x+2$ (۴) $2x+1$

69 حاصل عبارت $(1 + \frac{4}{x-1})(1 + \frac{8x}{x^2-9})$ کدام است؟

(۱) $\frac{x-9}{x-3}$ (۲) $\frac{x-9}{x+3}$ (۳) $\frac{x+9}{x+3}$ (۴) $\frac{x+9}{x-3}$

(انسانی - خارج - ۹۳)

70 حاصل عبارت $(1 + \frac{3x}{x^2-4}) \times (1 - \frac{1}{x-1})$ کدام است؟

(۱) $\frac{x+4}{x+2}$ (۲) $\frac{x-4}{x-2}$ (۳) $\frac{x-4}{x+2}$ (۴) $\frac{x+4}{x-2}$

71 حاصل جمع کدام عبارت با عبارت گویای $\frac{3x+1}{x-1}$ برابر ۳ می‌شود؟

(۱) $\frac{4}{x-1}$ (۲) $\frac{-4}{x-1}$ (۳) $\frac{2}{x-1}$ (۴) $\frac{-2}{x-1}$

(انسانی - خارج - ۹۳)

72 حاصل عبارت $(2x + 1 - \frac{3}{x}) \div (2 + \frac{1}{x+1})$ کدام است؟

(۱) $2 - \frac{2}{x}$ (۲) $2 + \frac{1}{x}$ (۳) $x + \frac{1}{x}$ (۴) $x - \frac{1}{x}$

(انسانی - خارج - ۹۴)

73 حاصل عبارت $(1 - \frac{2}{x^2+x})(1 + \frac{2}{x^2-1}) - \frac{2}{x^2}$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{1}{x^2}$ (۲) 1 (۳) $1 + \frac{1}{x^2}$ (۴) صفر

(انسانی - داخل - ۹۴)

74 حاصل $(x - \frac{3}{x-2})(1 + \frac{1}{x-3})$ کدام است؟ ($x \neq 3, x \neq 2$)

(۱) $x-1$ (۲) $2x+1$ (۳) $2x$ (۴) $x+1$

75 حاصل عبارت $(\frac{x}{x^2-4x+4} - \frac{1}{x-2})(x^2 - 6x^2 + 12x - 8)$ کدام است؟

(۱) $2x-4$ (۲) $2x-2$ (۳) $2x-1$ (۴) $2x$

(انسانی - خارج - ۹۴)

76 ساده شده عبارت $\frac{4x^2-12x+9}{4x-6} \div (2 - \frac{4x-3}{x})$ کدام است؟

(۱) $-\frac{x}{2}$ (۲) $\frac{x}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2x}$ (۴) $2 - \frac{3}{x}$

(انسانی - داخل - ۹۴)

77 خلاصه شده عبارت $\frac{4x^2+4x+1}{2x^2+x} \div (x-2 - \frac{x^2+1}{x})$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{x-1}$ (۲) $\frac{1}{x+1}$ (۳) 1 (۴) -1

78 اگر تساوی $\frac{x+3}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} - \frac{1}{x+1}$ برای همه مقادیر x بجز ۱ و -۱ برقرار باشد، a کدام است؟

(۱) x (۲) $2x$ (۳) 2 (۴) 1

QUIZ 1

TIME: 25min

فصل ۱: عبارت‌های جبری

NOTE:

79 از مستطیلی به ابعاد $2x - 1$ و $x + 3$ ، مستطیلی به ابعاد $2x + 1$ و $x - 3$ را حذف کرده‌ایم، مساحت قسمت باقی‌مانده کدام است؟

- (۱) $x^2 + 10x$ (۲) $x^2 - 10x$ (۳) $4x^2 - 10x$ (۴) $10x$ صفر

80 حاصل چندجمله‌ای $2a^2 + b(a - b) - 1$ به ازای $a = -2$ و $b = -3$ کدام است؟

- (۱) -12 (۲) 22 (۳) -8 (۴) 4

81 اگر تساوی $x^2 - 6x + b = (x + a)^2$ یک اتحاد باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) 6 (۲) 12 (۳) 9 (۴) صفر

82 با افزودن کدام عدد به عبارت $4x^2 - 6x + \frac{1}{4}$ مربع یک دوجمله‌ای حاصل می‌شود؟

- (۱) 2 (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) 6 (۴) 12

83 اگر $4x - \frac{1}{2x} = 5$ باشد، حاصل $4x^2 + \frac{1}{4x^2}$ کدام است؟

- (۱) 29 (۲) 21 (۳) 25 (۴) 33

84 مجموع دو عبارت $(\frac{\sqrt{5}-1}{2})^2$ و $(\frac{\sqrt{5}+1}{2})^2$ چند برابر حاصل ضرب دو عبارت است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) 4 (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) 3

85 کدام گزینه بیانگر اتحاد مکعب تفاضل دو جمله است؟

(۱) $(a - b)^3 = a^3 + 3ab^2 - 3a^2b - b^3$

(۲) $(a - b)^3 = a^3 - 3ab^2 + 3a^2b - b^3$

(۳) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

(۴) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 - ab + b^2)$

86 مجموع تمام اعداد در سطر دهم مثلث خیام برابر و تعداد جملات $(a + b)^5$ برابر است.

- (۱) 2^9 و 5 (۲) 2^{10} و 5 (۳) 2^9 و 6 (۴) 2^{10} و 6

87 عبارت $4x^5(x^2 + 6)^3 - x^3(x^2 + 6)^4$ را به ساده‌ترین صورت ممکن تجزیه کرده‌ایم. کدام گزینه در تجزیه حضور ندارد؟

- (۱) $x + \sqrt{2}$ (۲) $(x^2 + 6)^2$ (۳) x^3 (۴) $x^2 + 2$

88 در تجزیه عبارت $a^2 - 1 + (1 - a)(b + 2)$ کدام عامل حضور دارد؟

- (۱) $a - b + 3$ (۲) $a + b - 1$

- (۳) $a - b - 1$ (۴) $a + b - 3$

59 2

$x = -2$ ریشه مخرج است، یعنی مخرج به ازای آن صفر می شود:

$$-x + a = 0 \Rightarrow a = 2$$

پس عبارت به شکل $\frac{4x}{x+2}$ به دست می آید که مقدار آن در $x = 2$

$$\frac{4x}{x+2} \stackrel{x=2}{=} \frac{4 \times 2}{2+2} = \frac{8}{4} = 2 \quad \text{برابر است با:}$$

60 4

$$\frac{4x^3 + 2x^2}{2x^2} = \frac{2x^2(2x+1)}{2x^2} = 2x+1$$

61 3

$$\frac{9x^2 - 1}{9x^2 + 3x - 2} = \frac{(3x)^2 - 1^2}{(3x)^2 + (3x) - 2} = \frac{(3x-1)(3x+1)}{(3x-1)(3x+2)} = \frac{3x+1}{3x+2}$$

62 3

$$\frac{4x^4(x^2 - \Delta)^2 - 2x^2(x^2 - \Delta)^3}{x^4 - 2\Delta x} = \frac{2x^2(x^2 - \Delta)^2(2x^2 - (x^2 - \Delta))}{x(x^4 - 2\Delta x)} = \frac{2x^2(x^2 - \Delta)^2(x^2 + \Delta)}{x(x^2 - \Delta)(x^2 + \Delta)} = 2x(x^2 - \Delta) = 2x^3 - 10x$$

63 3

ک.م.م برابر است با حاصل ضرب عوامل مشترک با بیشترین توان در عوامل غیرمشترک. هر دو عبارت را تجزیه می کنیم، داریم:

$$\begin{cases} x^2 + 2x = x(x+2) \\ x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2) \end{cases} \Rightarrow \text{ک.م.م} = (x+2)x(x-1)$$

$$= (x^2 + 2x)(x-1) = x^3 - x^2 + 2x^2 - 2x = x^3 + x^2 - 2x$$

64 3

مخرج مشترک ک.م.م. مخرج هاست، بنابراین مخرج ها را تجزیه می کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} x^2 - 5x &= x(x-5) \\ x^2 - 10x + 25 &= (x-5)^2 \end{aligned} \Rightarrow \text{ک.م.م} = x(x-5)^2$$

65 1

ابتدا مخرج ها را تجزیه می کنیم تا ک.م.م آنها محاسبه شود:

$$(x^2 - 1)(x^3 + 3x^2) = x^2(x+3)(x-1)(x+1)$$

این عبارت همان ک.م.م است، زیرا عوامل مخرج کسر اول هم در آن موجودند. برای پیدا کردن عبارت خواسته شده کافی است ک.م.م را به مخرج کسر اول تقسیم کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{x^2(x+3)(x-1)(x+1)}{x(x-1)} &= x(x+1)(x+3) \\ &= x(x^2 + 4x + 3) = x^3 + 4x^2 + 3x \end{aligned}$$

53 3

تحلیل گزینه ها:

گزینه (۱):

$$\begin{aligned} 123^2 - 120^2 - 3^2 &= (120+3)^2 - 120^2 - 3^2 \\ &= 120^2 + 2 \times 3 \times 120 + 3^2 - 120^2 - 3^2 \\ &= 2 \times 3 \times 120 = 720 \quad \times \end{aligned}$$

گزینه (۲):

$$\begin{aligned} 320^2 - 280^2 &= (320-280)(320+280) \\ &= 40 \times 600 = 24000 \quad \times \end{aligned}$$

گزینه (۳):

$$\sqrt{8\Delta^2 - 8\Delta^2} = \sqrt{(8\Delta - 8\Delta)(8\Delta + 8\Delta)} = \sqrt{1 \times 16\Delta} = 4\Delta \quad \checkmark$$

گزینه (۴):

$$497 \times 503 = (500-3)(500+3) = 500^2 - 3^2 \quad \times$$

54 2

حاصل این عبارت را با اتحاد جمله مشترک به دست می آوریم.

$$\begin{aligned} 1003 \times 996 &= (1000+3)(1000-4) \\ &= 1000^2 - 1000 - 12 = 10^6 - 10^3 - 12 \end{aligned}$$

55 3

عبارت گویا عبارتی است که صورت و مخرج آن چندجمله ای باشد.

تحلیل گزینه ها:

گزینه (۱): عبارت $|x| = \sqrt{x^2}$ چندجمله ای نیست. \times

گزینه (۲): $|x|$ چندجمله ای نیست. \times

گزینه (۳): x یک جمله ای است. \checkmark

گزینه (۴): عبارت \sqrt{z} چندجمله ای نیست. \times

56 2

هر کسر در ازای ریشه های مخرج خود تعریف نشده است؛ لذا ریشه های مخرج را به دست می آوریم.

$$\left. \begin{aligned} m &= 0 \\ m+1 &= 0, \quad m = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m \in \{0, -1\}$$

57 1

مخرج کسرها را مساوی صفر قرار می دهیم تا ریشه های مخرج محاسبه شوند. عبارت جبری در ریشه های مخرج خود تعریف نشده است:

$$\left. \begin{aligned} x-2 &= 0 \Rightarrow x=2 \\ x-5 &= 0 \Rightarrow x=5 \\ \frac{x+4}{x-5} &= 0 \Rightarrow x+4=0 \Rightarrow x=-4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x \in \{-4, 2, 5\}$$

58 3

مخرج نباید ریشه داشته باشد، پس $x^2 - a$ نباید جوابی داشته باشد. در بین گزینه های داده شده اگر $a = -1$ باشد، مخرج به $x^2 + 1$ تبدیل می شود که هیچ گاه صفر نمی شود.

66 2

بین عبارت‌های داده شده مخرج مشترک می‌گیریم. بهتر است ابتدا کسر اول را ساده کنیم:

$$\begin{aligned}\frac{3(X+1)}{3(X-1)} - 2 &= \frac{X+1}{X-1} - 2 = \frac{X+1-2(X-1)}{X-1} = \frac{X+1-2X+2}{X-1} \\ &= \frac{-X+3}{X-1} = \frac{3-X}{X-1}\end{aligned}$$

67 3

ابتدا باید مخرج مشترک بگیریم:

$$\begin{aligned}\frac{X}{X-1} + \frac{3}{X+1} - \frac{4X-2}{(X+1)(X-1)} &= \frac{X(X+1) + 3(X-1) - (4X-2)}{(X+1)(X-1)} \\ &= \frac{X^2 + X + 3X - 3 - 4X + 2}{(X+1)(X-1)} = \frac{X^2 - 1}{X^2 - 1} = 1\end{aligned}$$

68 1

روش اول:

$$\begin{aligned}\left(X + \frac{2}{X-3}\right)\left(1 - \frac{1}{X-2}\right) &= \frac{X(X-3)+2}{X-3} \times \frac{X-2-1}{X-2} \\ &= \frac{(X^2-3X+2)(X-3)}{(X-3)(X-2)} = \frac{(X-1)(X-2)(X-3)}{(X-3)(X-2)} = X-1\end{aligned}$$

روش دوم: در صورت سؤال $X = 0$ را جایگذاری می‌کنیم، حاصل برابر است با $-\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = -1$. تنها گزینه‌ای که به ازای $X = 0$ برابر -1 است، گزینه (۱) می‌باشد.

69 4

روش اول:

$$\begin{aligned}\left(1 + \frac{8X}{X^2-9}\right)\left(1 + \frac{4}{X-1}\right) &= \frac{X^2-9+8X}{X^2-9} \times \frac{X-1+4}{X-1} \\ &= \frac{X^2+8X-9}{X^2-9} \times \frac{X+3}{X-1} = \frac{(X-1)(X+9)(X+3)}{(X-3)(X+3)(X-1)} = \frac{X+9}{X-3}\end{aligned}$$

روش دوم: عددگذاری

به ازای $X = 0$ حاصل عبارت داده شده برابر -3 می‌شود و دو گزینه (۱) و (۳) حذف می‌شوند. پس باید مقدار دیگری را امتحان کنیم. به ازای $X = -1$ ، حاصل عبارت برابر -2 می‌شود که این مقدار تنها از عبارت گزینه ۴ به دست می‌آید.

70 1

$$\begin{aligned}\left(1 + \frac{3X}{X^2-4}\right)\left(1 - \frac{1}{X-1}\right) &= \frac{X^2-4+3X}{X^2-4} \times \frac{X-1-1}{X-1} \\ &= \frac{X^2+3X-4}{X^2-4} \times \frac{X-2}{X-1} = \frac{(X-1)(X+4)(X-2)}{(X-2)(X+2)(X-1)} = \frac{X+4}{X+2}\end{aligned}$$

71 2

عبارت گویای مورد نظر را A در نظر می‌گیریم داریم:

$$\begin{aligned}A + \frac{3X+1}{X-1} = 3 &\Rightarrow A = 3 - \frac{3X+1}{X-1} = \frac{3(X-1) - (3X+1)}{X-1} \\ &= \frac{3X-3-3X-1}{X-1} = \frac{-4}{X-1}\end{aligned}$$

72 4

$$\begin{aligned}\left(2X+1 - \frac{3}{X}\right) \div \left(2 + \frac{1}{X+1}\right) &= \frac{X(2X+1) - 3}{X} \div \frac{2(X+1) + 1}{X+1} \\ &= \frac{2X^2 + X - 3}{X} \div \frac{2X+2+1}{X+1} = \frac{(X-1)(2X+3)}{X} \times \frac{X+1}{2X+3} \\ &= \frac{(X-1)(X+1)}{X} = \frac{X^2-1}{X} = \frac{X^2}{X} - \frac{1}{X} = X - \frac{1}{X}\end{aligned}$$

دقت کنید که برای تجزیه عبارت $2X^2 + X - 3$ به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$A = 2X^2 + X - 3 \Rightarrow 2A = 4X^2 + 2X - 6 = (2X)^2 + (2X) - 6$$

حال به دنبال دو عدد می‌گردیم که مجموعشان ۱ و حاصل ضربشان -6 باشد که این دو عدد ۳ و -2 هستند، لذا:

$$2A = (2X-2)(2X+3) = 2(X-1)(2X+3)$$

$$\Rightarrow A = (X-1)(2X+3)$$

73 2

$$\begin{aligned}\left(1 - \frac{2}{X^6+X^2}\right)\left(1 + \frac{2}{X^2-1}\right) - \frac{2}{X^2} \\ &= \frac{X^6+X^2-2}{X^6+X^2} \times \frac{X^2-1+2}{X^2-1} - \frac{2}{X^2} \\ &= \frac{(X^2-1)(X^2+2)}{X^2(X^2+1)} \times \frac{X^2+1}{X^2-1} - \frac{2}{X^2} \\ &= \frac{X^2+2}{X^2} - \frac{2}{X^2} = \frac{X^2+2-2}{X^2} = \frac{X^2}{X^2} = 1\end{aligned}$$

74 4

$$\begin{aligned}\left(X - \frac{3}{X-2}\right)\left(1 + \frac{1}{X-3}\right) &= \frac{X(X-2)-3}{X-2} \times \frac{X-3+1}{X-3} \\ &= \frac{X^2-2X-3}{X-2} \times \frac{X-2}{X-3} = \frac{(X+1)(X-3)(X-2)}{(X-2)(X-3)} = X+1\end{aligned}$$

75 1

$$\begin{aligned}(X^3 - 6X^2 + 12X - 8)\left(\frac{X}{X^2-4X+4} - \frac{1}{X-2}\right) \\ &= (X-2)^3 \left[\frac{X}{(X-2)^2} - \frac{1}{X-2}\right] = \frac{X(X-2)^3}{(X-2)^2} - \frac{(X-2)^3}{X-2} \\ &= X(X-2) - (X-2)^2 \quad \text{فاکتورگیری} \\ &= (X-2)(X-X+2) = 2(X-2) = 2X-4\end{aligned}$$

81 2

ابتدا طرف راست را به توان دو رسانده و سپس دو طرف تساوی را متحد قرار می‌دهیم.

$$x^2 + 2ax + a^2 = x^2 - 6x + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = -6 \Rightarrow a = -3 \\ a^2 = b \end{cases} \Rightarrow b = 9$$

بنابراین:

$$b - a = a - (-3) = 12$$

82 1

$4x^2$ همان جمله اول به توان ۲ است، لذا جمله اول $2x$ می‌باشد و داریم:

$$2 \times 2x \times \bigcirc = -6x \Rightarrow \bigcirc = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

بنابراین جمله دوم برابر $-\frac{3}{2}$ می‌باشد و مربع جمله دوم $\frac{9}{4}$ است.

اگر عددی که باید اضافه شود را a در نظر بگیریم، داریم:

$$a + \frac{1}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow a = \frac{8}{4} = 2$$

83 1

فرض مسئله را به توان دو می‌رسانیم:

$$4x - \frac{1}{2x} = 5 \xrightarrow{\text{به توان 2}} (4x - \frac{1}{2x})^2 = 5^2$$

$$\Rightarrow 16x^2 + \frac{1}{4x^2} - 2 \times 4x \times \frac{1}{2x} = 25$$

$$\Rightarrow 16x^2 + \frac{1}{4x^2} - 4 = 25 \Rightarrow 16x^2 + \frac{1}{4x^2} = 29$$

84 4

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{5}+1)^2}{4} + \frac{(\sqrt{5}-1)^2}{4}$$

$$= \frac{5+1+2\sqrt{5}}{4} + \frac{5+1-2\sqrt{5}}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \times \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{5-1}{4}\right)^2 = \left(\frac{4}{4}\right)^2 = 1^2 = 1$$

بنابراین مجموع این دو عبارت ۳ برابر حاصل ضرب این دو عبارت می‌باشد.

85 1

مکعب تفاضل دو جمله به صورت زیر است:

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

که در گزینه ۱ آمده است.

76 1

$$\frac{4x^2 - 12x + 9}{4x - 6} \div \left(2 - \frac{4x-3}{x}\right) = \frac{(2x-3)^2}{2(2x-3)} \div \frac{2x-(4x-3)}{x}$$

$$= \frac{2x-3}{2} \div \frac{2x-4x+3}{x} = \frac{2x-3}{2} \times \frac{x}{-2x+3}$$

$$= \frac{x(2x-3)}{-2(2x-3)} = -\frac{x}{2}$$

77 4

$$\frac{4x^2 + 4x + 1}{2x^2 + x} \div \left(x - 2 - \frac{x^2+1}{x}\right)$$

$$= \frac{(2x+1)^2}{x(2x+1)} \div \frac{x(x-2)-(x^2+1)}{x} = \frac{2x+1}{x} \div \frac{x^2-2x-x^2-1}{x}$$

$$= \frac{2x+1}{x} \times \frac{x}{-2x-1} = \frac{2x+1}{-2x-1} = \frac{2x+1}{-(2x+1)} = -1$$

78 3

روش اول: می‌توانیم یک مقدار دلخواه مثلاً عدد صفر را در عبارت جایگذاری کنیم:

$$\frac{0+3}{0-1} = \frac{a}{0-1} - \frac{1}{0+1} \Rightarrow -3 = -a-1 \Rightarrow a = 3-1 = 2$$

روش دوم: طرف دوم تساوی را مخرج مشترک گرفته مساوی طرف اول قرار می‌دهیم:

$$\frac{x+3}{x^2-1} = \frac{a(x+1)-(x-1)}{x^2-1} = \frac{ax+a-x+1}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{x^2-1} = \frac{x(a-1)+a+1}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow x+3 = (a-1)x+a+1 \Rightarrow \begin{cases} a-1=1 \Rightarrow a=2 \\ a+1=3 \Rightarrow a=2 \end{cases}$$

فصل ۱ QUIZ 1

79 4

مساحت باقی‌مانده، اختلاف مساحت دو مستطیل است، لذا:

$$\text{مساحت باقی‌مانده} = (x+3)(2x-1) - (x-3)(2x+1)$$

$$= (2x^2 + 5x - 3) - (2x^2 - 5x - 3)$$

$$= 2x^2 + 5x - 3 - 2x^2 + 5x + 3 = 10x$$

80 4

$a = -2$ و $b = -3$ را در چند جمله‌ای جایگذاری می‌کنیم. دقت کنید که هر موقع جایگذاری انجام می‌دهیم، یک پرانتز فرضی دور عدد در نظر می‌گیریم، یعنی $a = (-2)$ و $b = (-3)$ این کار باعث می‌شود که کمتر در محاسبات اشتباه صورت گیرد.

$$2a^2 + b(a-b) - 1 = 2(-2)^2 + (-3)((-2) - (-3)) - 1$$

$$= 2 \times 4 + -3 \times 1 - 1 = 8 - 3 - 1 = 4$$