فصل ۱
حرکت بر خط راست

بخش هفتم: سقوط آزاد

هرگاه یک جسم مانند یک تکه سنگ از دست شما رها شود. روی خط راست به پایین حرکت می‌کند و بر سرعت آن افزوده می‌شود و یا اگر سنگی را در امتداد قائم رو به بالا پرتاب کنید، سنگ رو به بالا رفته و سپس به سمت پایین باز می‌گردد. برای بررسی این حرکت‌ها یک مدل‌سازی ساده انجام می‌دهیم و از مقاومت هوا صرف‌نظر می‌کنیم.

در این صورت با یک حرکت با شتاب ثابت g در خط راست روبه‌رو هستیم.

در رها شدن جسم، تنها نیروی وارد بر جسم نیروی گرانشی است که به آن شتاب g می‌دهد و هنگام پرتاب جسم در امتداد قائم از لحظهٔ رها شدن جسم تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی گرانشی است و شتاب جسم همان شتاب g رو به پایین خواهد بود.

تست ۱ **توپی را در شرایط خلأ، در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. شتاب لحظه‌ای توپ در نقطهٔ اوج (بالاترین نقطهٔ مسیر) کدام است؟**

برگرفته از کتاب درسی

۱) صفر
۲) از شتاب g بیشتر و رو به بالا است.
۳) مساوی g و رو به پایین است.
۴) مساوی g و رو به بالا است.

پاسخ در تمام مسیر رفت و برگشت توپ، شتاب g و همواره رو به پایین است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

تست ۲ **گلولهٔ A به جرم ۵kg را از یک بلندی رها می‌کنیم و گلولهٔ B به جرم ۱۰kg را از سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر مقاومت هوا ناچیز فرض شود:**

۱) شتاب A نصف شتاب B است.
۲) شتاب B نصف شتاب A است.
۳) شتاب هر دو یکی است.
۴) اندازهٔ شتاب هر دو برابر اما جهت شتاب A رو به پایین و جهت شتاب B رو به بالا است.

پاسخ همان‌گونه که بیان شد، شتاب هر جسمی که رها شود یا پرتاب گردد به جرم جسم بستگی ندارد و برابر g بوده و همواره رو به پایین است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

سقوط آزاد حرکت روی خط راست با شتاب g، پس برای حل مسائل آن از روابط حرکت با شتاب ثابت کمک می‌گیریم، اما همان‌گونه که بیان شد برای مطالعهٔ هر حرکتی به یک مبدأ مقایسه و یک جهت مثبت اختیاری نیاز داریم.

۱- مبدأ پرتاب را **به دلخواه**، مبدأ مختصات اختیار می‌کنیم.

۲- جهت رو به بالا را **به دلخواه**، جهت مثبت اختیار می‌کنیم.

۳- وقتی جهت رو به بالا را مثبت می‌گیریم، جهت شتاب g رو به پایین است، پس علامت آن منفی می‌باشد.

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=-gt+v_0 \qquad x=\frac{v+v_0}{2}t+x_0 \Rightarrow y=\frac{v+v_0}{2}t+y_0$$

$$v^2-v_0^2=2a(x-x_0) \Rightarrow v^2-v_0^2=-2g(y-y_0) \qquad x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0$$

اگر جسم از ارتفاع h رها شود با توجه به اینکه $v_0=0$ است روابط به شکل زیر ساده می‌شود.

معادلهٔ سرعت- زمان $v=-gt$

معادلهٔ مکان - زمان $y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0$

معادلهٔ مستقل از زمان $v^2=-2g(y-y_0)$

جابه‌جایی در ثانیهٔ t ام $\Delta y_{(t)}=-\frac{1}{2}g(2t-1)$

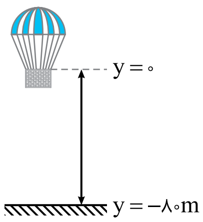
البته اگر شما هنگام رها شدن جسم جهت مثبت را رو به پایین اختیار کنید روابط ساده‌تر می‌شوند.

$$v=gt\,,\ y=\frac{1}{2}gt^2+y_0 \Rightarrow v^2=2g(y-y_0) \qquad \Delta t=\frac{1}{2}g(2t-1)$$

مسأله ۱ **بالنی در هوا ساکن است و در ارتفاع ۸۰ متری از سطح زمین قرار دارد.** $(g=10\frac{m}{s^2})$
اگر گلوله‌ای از درون بالن رها شود و مقاومت هوا در مقابل حرکت آن ناچیز باشد، گلوله پس از چه مدتی به زمین می‌رسد؟

راه‌حل با در نظر گرفتن جهت مثبت رو به بالا و اینکه محل رها شدن را مبدأ فرض کنیم می‌توان نوشت:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -80=-\frac{1}{2}\times 10t^2 \Rightarrow t=4s$$

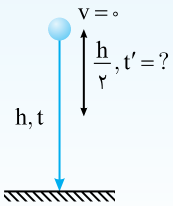


تست ۳ **گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود و پس از t ثانیه به زمین می‌رسد. این گلوله $\frac{h}{2}$ اول مسیر را در چه مدت سقوط می‌کند؟ (مقاومت هوا ناچیز)**

۱) $\frac{t}{2}$ ۲) $\frac{t}{4}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}t$ ۴) $\frac{t}{3}$

پاسخ معادلهٔ مکان زمان را برای کل مسیر و نصف اول مسیر نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2 \begin{cases} h=\frac{-1}{2}gt^2 \\ \frac{h}{2}=\frac{-1}{2}gt'^2 \end{cases} \Rightarrow 2=\frac{t^2}{t'^2} \Rightarrow t'=\frac{\sqrt{2}}{2}t$$



بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

نکته به‌طور کلی اگر گلوله از ارتفاع h بدون سرعت اولیه رها شود و پس از t ثانیه به زمین برسد. این گلوله $\frac{h}{n}$ اول مسیرش را در مدت $t'=\frac{t}{\sqrt{n}}$ سقوط کرده است.

تست ۴ **گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود. اگر سرعت آن در برخورد به زمین v باشد، سرعت آن در وسط مسیر کدام است؟ (مقاومت هوا ناچیز)**

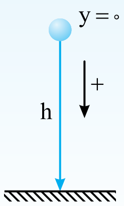
۱) $\frac{v}{2}$ ۲) $\frac{v}{4}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}v$ ۴) $\frac{v}{3}$

پاسخ برای سادگی جهت رو به پایین را مثبت اختیار می‌کنیم و به کمک رابطهٔ مستقل از زمان مسأله را حل می‌کنیم:

$$v^2=2gy \xrightarrow{y=h} v=\sqrt{2gh}$$

نکته: سرعت جسم پس از رها شدن و سقوط به اندازهٔ h برابر $v=\sqrt{2gh}$ است. اکنون سرعت در نصف h را حساب می‌کنیم:

$$v'=\sqrt{2g\frac{h}{2}} \Rightarrow \frac{v'}{v}=\frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{2gh}} \Rightarrow v'=\frac{\sqrt{2}v}{2}$$

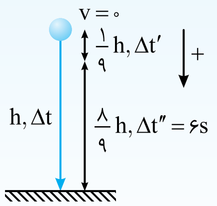


بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

تست ۵ **گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود و پس از t ثانیه به زمین می‌رسد. اگر این گلوله $\frac{۸}{۹}$ آخر مسیر را در ۶s طی کرده باشد، آن‌گاه h چند متر است؟** $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۴۰۵ **۲)** $۴۰۵\sqrt{۳}$ **۳)** ۹ **۴)** ۲۰۲/۵

پاسخ در حل این نوع مسائل، همواره قسمت اول مسیر را با کل مسیر مقایسه می‌کنیم. جهت مثبت را رو به پایین درنظر می‌گیریم.



$$\begin{cases} h=\frac{۱}{۲}g(\Delta t)^۲ \\ \frac{h}{۹}=\frac{۱}{۲}g(\Delta t')^۲ \end{cases} \Rightarrow ۹=\frac{(\Delta t)^۲}{(\Delta t')^۲} \Rightarrow \Delta t'=\frac{\Delta t}{۳}$$

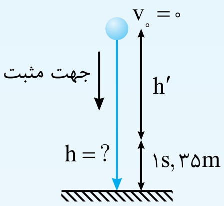
$$\Delta t''=\Delta t-\Delta t' \Rightarrow ۶=\Delta t-\frac{\Delta t}{۳} \Rightarrow ۶=\frac{۲\Delta t}{۳} \Rightarrow \Delta t=۹s \Rightarrow h=\frac{۱}{۲}g\Delta t^۲=۵\times ۸۱=۴۰۵m$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

تست ۶ **گلوله‌ای از ارتفاع h رها شده و در ثانیهٔ آخر حرکت خود، مسافت ۳۵ متر را طی می‌کند. h چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ است.)**

۱) ۸۰ **۲)** ۵۰ **۳)** ۹۰ **۴)** ۱۶۰

پاسخ **راه‌حل اول**: جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم. گلوله در ۱s آخر با سرعت اولیهٔ $v_۱$، جابه‌جایی ۳۵ متر را طی کرده است. $\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۱t \Rightarrow ۳۵=۵(۱)^۲+v_۱(۱) \Rightarrow v_۱=۳۰\frac{m}{s}$



حال به کمک فرمول مستقل از زمان، h' اول مسیر را به‌دست آورده و با ۳۵ متر جمع می‌کنیم تا h به‌دست آید. $v^۲-v_۰^۲=۲g\Delta y \Rightarrow ۳۰^۲-۰=۲۰h' \Rightarrow h'=۴۵m\ ,\ h=۴۵+۳۵=۸۰m$

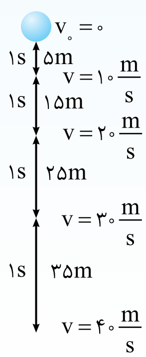
راه‌حل دوم: استفاده از فرمول ثانیهٔ t ام است که به کمک آن ثانیهٔ آخر حرکت را مشخص می‌کنیم.

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}g(۲t-۱)+v_۰ \Rightarrow ۳۵=۵(۲t-۱) \Rightarrow t=۴s$$

در این صورت چون t طبق صورت مسأله ثانیه آخر حرکت است، زمان کل سقوط ۴s است.

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow h=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times (۴)^۲=۸۰m$$

راه‌حل سوم: همان‌گونه که در گذشته بیان شد، در یک حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تصاعد حسابی تشکیل می‌دهند که قدر نسبت آن شتاب (g) است. در سقوط آزاد با فرض آن‌که $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ باشد، در ثانیهٔ اول، گلوله $\Delta y=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times (۱)^۲=۵m$ سقوط می‌کند و در هر ثانیهٔ بعد ۱۰m به آن اضافه می‌شود یعنی در ثانیهٔ دوم ۱۵ متر، در ثانیهٔ سوم ۲۵ متر، در ثانیهٔ چهارم ۳۵ سقوط می‌کند پس کل مدت حرکت باید با توجه به فرض مسأله ۴s باشد. بنابراین h برابر است با: $۳۵+۲۵+۱۵+۵=۸۰m$



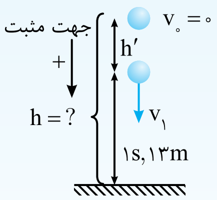
یادآوری: سرعت‌ها نیز در ثانیه‌های متوالی تصاعد حسابی تشکیل می‌دهند که قدر نسبت آن شتاب (g) است. پس در سقوط آزاد $(v_۰=۰)$ در $t=۱s$ سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ و در $t=۲s$ سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ و ... بوده و در هر ثانیه $۱۰\frac{m}{s}$ به سرعت گلوله اضافه می‌شود. (مطابق شکل)

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

تست ۷ **گلوله‌ای را از ارتفاع h در شرایط خلأ رها می‌کنیم. گلوله در یک ثانیهٔ آخر حرکت خود، ۱۳ متر سقوط می‌کند. ارتفاع h چند متر است؟** $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۱۶/۲ ۲) ۱۸ ۳) ۲۳ ۴) ۲۶/۲

پاسخ مانند تست قبل به کمک معادلهٔ مکان - زمان، سرعت اولیهٔ v_1 را برای 1s آخر حرکت به‌دست می‌آوریم.



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2+v_1t\Rightarrow 13=5(1)^2+v_1(1)\Rightarrow v_1=8\frac{m}{s}$$

حال به کمک فرمول مستقل از زمان، جابه جایی h' که طی آن، سرعت گلوله از صفر به $v_1=8\frac{m}{s}$ رسیده است را محاسبه می‌کنیم: $v_1^2-v_0^2=2g\Delta y\Rightarrow 64-0=20h'\Rightarrow h'=3/2m$

$$h=3/2+13=16/2m$$

تذکر: دقت کنید این تست با روش سومی که در حل تست قبل به کار برده‌ایم قابل حل نیست. روش سوم تنها زمانی قابل بررسی است که زمان حرکت، عددی طبیعی (۱، ۲، ۳ و ... ثانیه) باشد. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

بخش هفتم
پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۶۳۶- دو جسم از ارتفاع h اولی به جرم m_1 و دومی به جرم $m_2=2m_1$ در شرایط خلاء رها می‌شوند. اگر سرعت برخورد آن‌ها به سطح زمین و زمان سقوط آن‌ها به‌ترتیب v_1، t_1 و v_2، t_2 باشد. کدام گزینه درست است؟

۱) $t_2=\frac{1}{2}t_1, v_2=2v_1$ ۲) $t_2=2t_1, v_2=2v_1$ ۳) $t_2=t_1, v_2=v_1$ ۴) $t_2=2t_1, v_2=\frac{1}{2}v_1$

۶۳۷- گلوله‌ای از ارتفاع ۷۸/۴ متری رها می‌شود، این گلوله پس از چند ثانیه به زمین می‌رسد؟ ($g=9/8\frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز فرض شود.)

۱) ۳/۹ ۲) ۳/۹۵ ۳) ۴ ۴) ۴/۱

۶۳۸- در شرایط خلأ جسمی بدون سرعت اولیه از ارتفاع h بالای سطح زمین سقوط می‌کند. اگر سرعت آن در برخورد به زمین $20\frac{m}{s}$ باشد، h چند متر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$ کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۵ ۴) ۴۰

۶۳۹- اگر در شرایط خلأ جسمی از ارتفاع ۳۰ متری بدون سرعت اولیه رها شود، با سرعت $24\frac{m}{s}$ به زمین می‌رسد. شتاب گرانش در محل آزمایش چند متر بر مجذور ثانیه است؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۹/۶ ۲) ۹/۸ ۳) ۹/۸۱ ۴) ۱۰

۶۴۰- گلوله‌ای را در شرایط خلأ از ارتفاع ۹۰ متری رها می‌کنیم. اگر تغییر سرعت گلوله در ثانیهٔ اول سقوط Δv_1 و در ثانیهٔ چهارم Δv_4 باشد، نسبت $\frac{\Delta v_4}{\Delta v_1}$ چقدر است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

در تست‌های زیر سرعت در ارتفاع یا زمان مشخصی خواسته شده است.

۶۴۱- گلوله‌ای را از ارتفاع ۲۰ متری در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. سرعت گلوله در عبور از نیمهٔ مسیر چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) $10\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{10}$ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

۶۴۲- گلوله‌ای از ارتفاع ۲۰ متری در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه رها شده و پس از t با سرعت v به زمین می‌رسد. چه مدت بعد از رها شدن سرعت گلوله به $\frac{v}{2}$ می‌رسد؟

۱) $\frac{t}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}t$ ۳) $\frac{t}{4}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}t$

۶۴۳- گلوله‌ای از ارتفاع ۲۰ متری در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه رها می‌شود و با سرعت v به زمین می‌رسد. در چه متری از زمین سرعت گلوله به $\frac{v}{2}$ می‌رسد؟

۱) ۵ ۲) ۱۵ ۳) ۱۰ ۴) $5\sqrt{2}$

۶۴۴- گلولهٔ کوچکی از بالای ساختمانی رها می‌شود. وقتی در ارتفاع ۲۵ متری بالای سطح زمین قرار دارد، سرعتش به $10\frac{m}{s}$ می‌رسد. ارتفاع ساختمان چند متر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۳۰ ۲) ۳۵ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

۶۴۵- گلوله‌ای از ارتفاع ۸۰ متری از سطح زمین در شرایط خلأ رها می‌شود. اندازهٔ سرعت آن در ارتفاع ۶۰ متری از سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$ کنکور دهه‌های گذشته

۱) $20\sqrt{3}$ ۲) ۴۰ ۳) ۲۰ ۴) $40\sqrt{3}$

۶۴۶- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود و در لحظه‌ای که به ۵۰ متری سطح زمین می‌رسد، سرعتش $15\frac{m}{s}$ می‌شود. این گلوله چند ثانیه پس از رها شدن به زمین می‌رسد؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$ سراسری ریاضی - ۸۹

۱) ۲ ۲) ۳/۵ ۳) ۵ ۴) ۶/۵

۶۴۷- گلوله‌ای از ارتفاع h رها می شود. اگر سرعت گلوله پس از $\frac{h}{9}$ سقوط برابر $30\frac{m}{s}$ شود، سرعت گلوله در برخورد به زمین چند $\frac{m}{s}$ است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز)

۱) ۱۸۰ ۲) ۹۰ ۳) ۶۰ ۴) ۲۷۰

۶۴۸- سنگی از ارتفاع H در شرایط خلأ رها می‌شود. سرعت سنگ در ارتفاع $\frac{3}{4}H$ از سطح زمین چند برابر سرعت سنگ در ارتفاع $\frac{8}{9}H$ از سطح زمین است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$ ۳) $\frac{27}{36}$ ۴) $\frac{32}{27}$

۶۴۹- جسمی در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود و پس از t ثانیه با سرعت v به زمین می‌رسد. اگر ارتفاع سقوط جسم ۴h شود، جسم پس از چه مدت و با چه سرعتی به زمین خواهد رسید؟

۱) $2v, 2t$ ۲) $2v, \sqrt{2}t$ ۳) $\sqrt{2}v, 2t$ ۴) $2v, 4t$

۶۵۰- گلوله‌ای را در شرایط خلأ از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌کنیم. گلوله، نیمهٔ اول مسیر خود را در مدت $3\sqrt{2}$ ثانیه می‌پیماید. سرعت گلوله در فاصلهٔ ۴۵ متری سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۳۰ ۲) $30\sqrt{3}$ ۳) ۲۰ ۴) $20\sqrt{3}$

در تست‌های زیر جابه‌جایی (مسافت) طی شده در بازه‌های زمانی یکسان خواسته یا داده شده است.

۶۵۱- اگر جسمی در شرایط خلأ از ارتفاعی بدون سرعت اولیه رها شود و d_1 مسافت طی شده در ثانیه اول حرکت و d_2 مسافت طی شده در ثانیهٔ سوم حرکت باشد، d_2-d_1 کدام است؟ مشابه کنکور دهه‌های گذشته

۱) g ۲) $2g$ ۳) $\frac{g}{2}$ ۴) $\frac{5}{2}g$

۶۵۲- گلوله‌ای از ارتفاع ۱۸۰ متری زمین در شرایط خلأ رها می‌شود. اگر مدت حرکت را به ۳ بازهٔ زمانی یکسان تقسیم کنیم، مسافت‌های طی شده در این بازه‌های زمانی کدام است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۴۰ , ۵۰ , ۹۰ ۲) ۴۵ , ۵۶ , ۷۰ ۳) ۳۵ , ۵۶ , ۸۰ ۴) ۲۰ , ۱۰۰ , ۶۰

۶۵۳- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود و در سه بازهٔ زمانی یکسان t به‌ترتیب به اندازه Δh_1 و Δh_2 و Δh_3 سقوط می‌کند نسبت $\frac{\Delta h_3}{\Delta h_2}$ کدام است؟ (در این مدت گلوله به زمین نرسیده است.)

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) ۵

۶۵۴- مقاومت هوا ناچیز است و گلوله‌ای از ارتفاع ۳۶۰ متری بدون سرعت اولیه سقوط می‌کند. اگر گلوله این مسیر را در ۳ بازهٔ زمانی مساوی و متوالی طی کرده باشد، مسافت‌های طی شده به‌ترتیب هر کدام چند متر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$ سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۶

۱) ۳۰، ۹۰ و ۱۶۰ ۲) ۱۲۰، ۱۲۰ و ۱۲۰ ۳) ۴۰، ۱۲۰ و ۲۰۰ ۴) ۶۰، ۱۲۰ و ۱۸۰

۶۵۵- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۰۱/۲۵ متری سطح زمین رها می‌شود. اگر مدت حرکت را به ۳ بازهٔ زمانی یکسان تقسیم کنیم، مسافت‌های طی‌شده در این بازه‌های زمانی چند متر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۱۰/۵ , ۳۳/۷۵ , ۵۷ ۲) ۱۱/۲۵ , ۳۳/۷۵ , ۵۶/۲۵ ۳) ۱۲ , ۳۳/۷۵ , ۵۵/۵ ۴) ۱۰ , ۴۰ , ۵۱/۲۵

در تست‌های زیر اطلاعات بخشی از مسیر سقوط خواسته یا داده شده است.

۶۵۶- گلوله‌ای در شرایط خلأ رها شده و پس از $6s$ به زمین می‌رسد. مسافت طی‌شدهٔ گلوله در $3/5s$ آخر حرکت چند متر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۱۴۵ ۲) ۱۲۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۴۸/۷۵

۶۵۷- در شرایط خلأ، گلوله‌ای را از ارتفاع h از حالت سکون رها می‌کنیم، گلوله پس از $5s$ به زمین می‌رسد. مسافت طی‌شده توسط گلوله در ثانیهٔ سوم حرکت چند متر است؟ $(g=9/8\frac{m}{s^2})$

۱) ۱۴/۷ ۲) ۲۴/۵ ۳) ۳۹/۲ ۴) ۴۴/۱

۶۵۸- گلوله‌ای در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه از ارتفاعی رها می‌شود و در ثانیهٔ اول مسافتی به اندازهٔ Δx_1 و در ثانیهٔ دوم مسافت Δx_2 را طی می‌کند، نسبت $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ کدام است؟ کنکور تجربی - ۸۴

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) $\sqrt{2}$

۶۵۹- گلوله‌ای در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه از ارتفاع کافی سقوط می‌کند. نسبت مسافت طی شده در $\frac{3}{4}$ ثانیهٔ اول به مسافت طی شده در ثانیهٔ سوم سقوط کدام است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{9}{80}$ ۳) $\frac{1}{10}$ ۴) $\frac{3}{16}$

۶۶۰- گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود و در ۲s آخر سقوط مسافت ۱۰۰ متر را طی می‌کند h چند متر است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز)

۱) ۱۸۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۲۱۰

۶۶۱- گلولهٔ کوچکی از ارتفاع h بالای سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌شود و ۷۰ متر آخر سقوط را در مدت ۲s می‌پیماید. ارتفاع h چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g=10\frac{m}{s^2}$ است.)

مشابه کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۱۲۵ ۲) ۱۰۱/۲۵ ۳) ۱۶۰ ۴) ۱۵۰

۶۶۲- گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود و یک ثانیهٔ آخر حرکتش ۱۷ متر سقوط می‌کند، زمان کل سقوط آن چند ثانیه است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز)

۱) ۳ ۲) ۳/۲ ۳) ۱/۲ ۴) ۲/۲

در تست‌های زیر، بازهٔ t ثانیه قبل از برخورد به زمین سؤال شده است.

۶۶۳- گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود و با سرعت ۳۲ $\frac{m}{s}$ به زمین برخورد می‌کند، سرعت آن یک ثانیه قبل از برخورد به زمین چند $\frac{m}{s}$ است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۱۲ ۲) ۲۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۵

۶۶۴- گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود و با سرعت ۱۶ $\frac{m}{s}$ به زمین برخورد می‌کند، یک ثانیه قبل از رسیدن به زمین، گلوله در چه ارتفاعی بوده است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۱۱ ۲) ۱۵ ۳) ۱۸ ۴) ۱۲

۶۶۵- گلوله‌ای در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه رها شده و با سرعت ۳۶ $\frac{m}{s}$ به زمین برخورد می‌کند. این گلوله ۱/۲s قبل از برخورد به زمین در ارتفاع چند متری قرار داشته است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۲۸ ۲) ۳۰ ۳) ۳۶ ۴) ۴۲

۶۶۶- در شرایط خلأ گلوله‌ای را از نقطه‌ای به ارتفاع h رها می‌کنیم. اگر در لحظهٔ برخورد گلوله به زمین سرعت آن ۲۸ $\frac{m}{s}$ باشد. یک ثانیه قبل از رسیدن به زمین چند متر با نقطهٔ شروع حرکت فاصله دارد؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

گزینه دو

۱) ۱۶/۲ ۲) ۲۳ ۳) ۳۹/۲ ۴) ۲۱/۲

در تست‌های زیر گلوله در مدت t ثانیه کسری از مسیر را طی می‌کند.

۶۶۷- گلوله‌ای را در شرایط خلأ از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌کنیم. گلوله، نیمهٔ اول مسیر خود را در مدت $3\sqrt{2}$ ثانیه می‌پیماید. سرعت گلوله در فاصلهٔ ۴۵ متری سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۳۰ ۲) $30\sqrt{3}$ ۳) ۲۰ ۴) $20\sqrt{3}$

۶۶۸- گلوله ای بدون سرعت اولیه در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود و در مدت t به زمین می‌رسد. زمان لازم برای پیمودن نیمهٔ اول این مسیر چند برابر زمان لازم برای پیمودن نیمهٔ دوم مسیر است؟

۱) $\sqrt{۲}+۱$ ۲) $\sqrt{۲}-۱$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}+۲}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}-۲}{۲}$

۶۶۹- گلوله‌ای از ارتفاع h در شرایط خلأ رها می‌شود و در مدت t به زمین می‌رسد، گلوله چه مدتی طول می‌کشد تا $\frac{۳}{۴}h$ آخر مسیر را بپیماید؟

۱) $\frac{۳}{۴}t$ ۲) $\frac{۱}{۴}t$ ۳) $\frac{۱}{۲}t$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}t$

۶۷۰- گلوله‌ای در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت خود $\frac{۸}{۹}$ کل مسیر را طی می‌کند. این گلوله پس از چند ثانیه به زمین خواهد رسید؟ $(v_0=۰)$

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲/۵ ۴) ۲/۲۵

۶۷۱- مسافتی که جسمی در سقوط آزاد در ثانیهٔ آخر می‌پیماید مساوی است با تمام مسافت پیموده شدهٔ قبل از آن، تمام ارتفاع پیموده شده تقریباً چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ است.)

۱) ۵۸ ۲) ۱۱۶ ۳) ۲۹ ۴) ۷۶

۶۷۲- گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود. اگر هنگام سقوط مسافتی که در دو ثانیهٔ آخر حرکت طی می‌کند سه برابر مسافت قبل از آن باشد، h چند متر است؟ $(g=۹/۸\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱۹/۶ ۲) ۲۹/۴ ۳) ۱۹/۸ ۴) ۳۹/۲

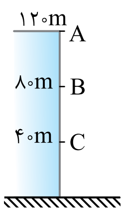
۶۷۳- سنگی از لبهٔ یک بلندی آزادانه در شرایط خلأ رها می‌شود و ۱۹٪ آخر مسیر را در مدت t طی می‌کند. t چند درصد زمان کل سقوط است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۱۹ ۴) ۲۵

۶۷۴- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع معینی از سطح زمین رها می‌شود. اگر گلوله در 2s آخر سقوط ۷۵ درصد کل مسافت سقوط تا زمین را طی کند، گلوله از چه ارتفاعی رها شده است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

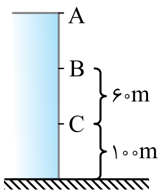
۱) ۶۰m ۲) ۷۵m ۳) ۸۰m ۴) ۸۵m

در تست‌های زیر اطلاعات در بین مسیر خواسته یا داده شده است.



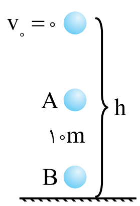
۶۷۵- گلوله‌ای از ارتفاع ۱۲۰m از نقطهٔ A رها شده است. سرعت در نقطهٔ B چند برابر سرعت در نقطهٔ C است؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ و مقاومت هوا ناچیز)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$



۶۷۶- گلوله‌ای از ارتفاع ۱۸۰ متری مطابق شکل رها می‌شود، گلوله در چه مدتی فاصلهٔ بین B تا C را طی می‌کند؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ و مقاومت هوا ناچیز)

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۱



۶۷۷- مطابق شکل گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود و پس از 3s به نقطهٔ A می‌رسد، این گلوله فاصلهٔ ۱۰ متری بین نقطهٔ A و نقطهٔ B را تقریباً در چند ثانیه طی می‌کند؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ و مقاومت هوا ناچیز)

۱) ۱ ۲) ۰/۷۵ ۳) ۰/۳۵ ۴) ۰/۴

تذکر: در حل این تست‌ها گاهی جهت مثبت رو به بالا و گاهی جهت مثبت رو به پایین اختیار شده است که هدف این بوده تا شما متوجه شوید تفاوتی در حل مسأله ایجاد نمی‌شود و تنها علامت‌ها تغییر می‌کند.

۶۳۶- گزینهٔ ۳ شتاب سقوط اجسام به جرم آن‌ها بستگی ندارد و شتاب دو جسم g است بنابراین سرعت برخورد آن‌ها به سطح زمین و زمان سقوط آن‌ها برابر است.

۶۳۷- گزینهٔ ۳ با توجه به معادلهٔ مکان - زمان می‌توان نوشت:

$$\Delta y=-\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow -۷۸/۴=-\frac{۱}{۲}\times ۹/۸t^{۲}\Rightarrow t=۴s$$

۶۳۸- گزینهٔ ۲ سرعت ابتدایی و انتهایی و شتاب حرکت را داریم پس از معادلهٔ مستقل از زمان استفاده کرده و ارتفاع را به‌دست می‌آوریم. جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین درنظر می‌گیریم.

$$v^{۲}-v_{\circ}^{۲}=۲gh\Rightarrow ۴۰۰=۲۰h\Rightarrow h=۲۰m$$

۶۳۹- گزینهٔ ۱ جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم و به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، پرسش را حل می‌کنیم:

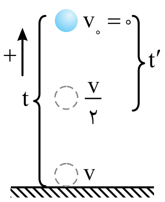
$$v^{۲}-v_{\circ}^{۲}=۲g\Delta y\Rightarrow (۲۴)^{۲}-\circ=۲\times g\times ۳۰\Rightarrow g=\frac{۲۴\times ۲۴}{۲\times ۳۰}\Rightarrow g=۹/۶\frac{m}{s^{۲}}$$

۶۴۰- گزینهٔ ۱ شتاب یعنی تغییر سرعت در مدت ۱s، بنابراین چون حرکت سقوط آزاد است، تغییر سرعت در ثانیهٔ اول و در ثانیهٔ چهارم (حرکت با شتاب ثابت) با هم برابر است. $\frac{\Delta v_{۴}}{\Delta v_{۱}}=۱$

۶۴۱- گزینهٔ ۱ جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.

$$v^{۲}-v_{\circ}^{۲}=۲gh\Rightarrow v^{۲}-\circ=۲\times ۱۰\times ۱۰\Rightarrow v=۱۰\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

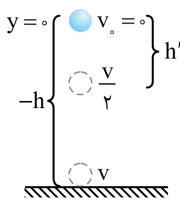
۶۴۲- گزینهٔ ۱ جهت مثبت را رو به بالا فرض کرده‌ایم. مطابق شکل و با استفاده از معادلهٔ سرعت - زمان داریم:



$$\begin{cases} v=-gt+v_{\circ}\Rightarrow v=-gt \\ \frac{v}{۲}=-gt'+v_{\circ}\Rightarrow \frac{v}{۲}=-gt' \end{cases}\Rightarrow \frac{t}{t'}=۲\Rightarrow t'=\frac{t}{۲}$$

البته می‌توان استدلال کرد که چون حرکت با شتاب ثابت است و پس از t سرعت به v رسیده بنابراین بعد از $\frac{t}{۲}$ سرعت به $\frac{v}{۲}$ می‌رسد زیرا تغییرات سرعت در یک ثانیه مقدار ثابتی است.

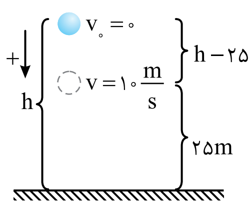
۶۴۳- گزینهٔ ۱ با توجه به شکل و استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان داریم:



$$\begin{cases} v^{۲}=-۲g(-h)\Rightarrow v^{۲}=۲gh \\ (\frac{v}{۲})^{۲}=-۲g(-h')\Rightarrow \frac{v^{۲}}{۴}=۲gh' \end{cases}\Rightarrow \frac{h}{h'}=۴\Rightarrow h'=\frac{h}{۴}=۵m$$

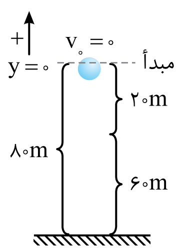
بنابراین در ارتفاع ۲۰−۵=۱۵m سطح زمین سرعت نصف سرعت در برخورد به زمین می‌شود.

۶۴۴- گزینهٔ ۱ مطابق شکل گلوله پس از طی مسافت $h-۲۵$ به سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ رسیده است جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین درنظر می‌گیریم، بنابراین:



$$v^{۲}=۲g(h-۲۵)\Rightarrow ۱۰۰=۲۰(h-۲۵)\Rightarrow h=۳۰m$$

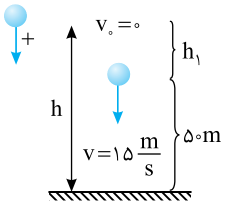
۶۴۵- گزینهٔ ۳ محل رها شدن را مبدأ مختصات و جهت رو به بالا را مثبت اختیار می‌کنیم، در این صورت در ۶۰ متری سطح زمین، $\Delta y=-۲۰m$ است.



$$v^{۲}-v_{\circ}^{۲}=-۲g\Delta y\Rightarrow v^{۲}-\circ=-۲\times ۱۰\times (-۲۰)\Rightarrow v=\pm ۲۰\frac{m}{s}$$

در گزینه‌ها $۲۰\frac{m}{s}$ یعنی بزرگی سرعت در نظر گرفته شده است.

۶۴۶- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا h_1 را به‌دست می‌آوریم:



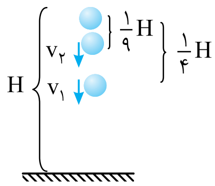
$$v^2-v_\circ^2=2gh_1\Rightarrow 225=20h_1\Rightarrow h_1=11/25m$$
$$h=50+11/25=61/25m$$
$$h=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 61/25=5t^2\Rightarrow t^2=12/25\Rightarrow t=3/5s$$

به‌دســت آوردن جذر ۱۲/۲۵ کار دشــواری اســت، پس باید از گزینه‌ها کمک بگیرید. گزینهٔ (۱) جذر عدد ۴، گزینهٔ (۳) جذر عدد ۲۵ اســت و گزینهٔ (۴) نیز نمی‌تواند جذر عدد ۱۲/۲۵ باشد.

۶۴۷- گزینهٔ ۲ (A) با توجه به معادلهٔ مستقل از زمان مسأله به راحتی قابل حل است. جهت مثبت را رو به پایین فرض کنید.

$$v^2=2g\Delta y\Rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2}=\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1}\Rightarrow \frac{v_2^2}{30^2}=\frac{h}{\frac{h}{9}}\Rightarrow v_2^2=30^2\times 9\Rightarrow v_2=30\times 3=90\frac{m}{s}$$

۶۴۸- گزینهٔ ۱ (B) محل رها شدن را مبدأ مختصات و جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم.



$$v^2-v_\circ^2=2g\Delta y\Rightarrow v=\sqrt{2g\Delta y}$$
$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sqrt{2g\frac{H}{4}}}{\sqrt{2g\frac{H}{9}}}=\frac{3}{2}$$

۶۴۹- گزینهٔ ۱ (A) گلوله در شرایط خلأ از ارتفاع h رها شده است بنابراین زمان سقوط و سرعت برخورد گلوله به زمین برابر خواهد شد با:

$$y=\frac{1}{2}gt^2+v_\circ t\Rightarrow h=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2h}{g}}\quad,\quad v^2-v_\circ^2=2gy\Rightarrow v^2=2gh\Rightarrow v=\sqrt{2gh}$$

اگر ارتفاع رها شدن برابر $4h$ شود:

$$t'=\sqrt{\frac{2h'}{g}}\Rightarrow t'=\sqrt{\frac{2(4h)}{g}}\Rightarrow t'=2\sqrt{\frac{2h}{g}}\Rightarrow t'=2t$$

(جهت مثبت رو به پایین اختیار شده است.)

$$v'=\sqrt{2gh'}\Rightarrow v'=\sqrt{2g(4h)}\Rightarrow v'=2\sqrt{2gh}\Rightarrow v'=2v$$

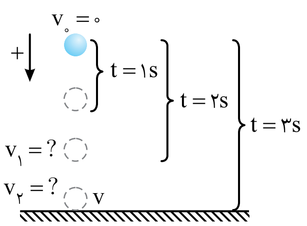
۶۵۰- گزینهٔ ۲ (B) ابتدا ارتفاع h را به‌دست می‌آوریم و جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2+v_\circ t\xrightarrow{v_\circ=0}\frac{h}{2}=5(3\sqrt{2})^2+0\Rightarrow h=180m$$

در فاصلهٔ ۴۵ متری سطح زمین، جابه‌جایی گلوله برابر $\Delta y=180-45$ است، بنابراین:

$$v^2-v_\circ^2=2g\Delta y\Rightarrow v^2-0=2\times 10(180-45)\Rightarrow v^2=2700\Rightarrow v=30\sqrt{3}\frac{m}{s}$$

۶۵۱- گزینهٔ ۲ (B) جهت مثبت را برای ســادگی رو به پایین درنظر می‌گیریم. مسافت طی شده در ثانیهٔ اول یعنی از $t=0$ تا $t=1s$



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow d_1=\frac{1}{2}g$$

مسافت طی شده در ثانیهٔ سوم یعنی بازهٔ بین $t=2s$ تا $t=3s$:

$$\begin{cases}\Delta y_2=\frac{1}{2}g(2)^2=2g\\ \Delta y_3=\frac{1}{2}g(3)^2=\frac{9}{2}g\end{cases}\Rightarrow d_2=\frac{9}{2}g-2g=\frac{5}{2}g$$

بنابراین:

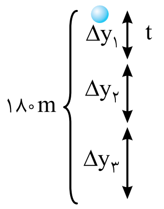
$$d_2-d_1=\frac{5}{2}g-\frac{1}{2}g=2g$$

روش دیگر: با توجه به رابطهٔ جابه‌جایی در ثانیهٔ t ام می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{(t)}=\frac{1}{2}a(2t-1)+v_\circ\Rightarrow \Delta y_{(t)}=\frac{1}{2}g(2t-1)\Rightarrow d_1=\frac{1}{2}g(2\times 1-1)=\frac{1}{2}g\,,\,d_2=\frac{1}{2}g(2\times 3-1)=\frac{5}{2}g$$

درنتیجه:

$$d_2-d_1=2g$$



۶۵۲- گزینهٔ ۴ **راه‌حل اول:** در حرکت با شتاب ثابت، در بازه‌های زمانی یکسان t، جابه‌جایی‌ها تشکیل تصاعد حسابی با قدرنسبت $at^{۲}$ می‌دهند. تنها گزینهٔ (۴) تصاعد حسابی است.

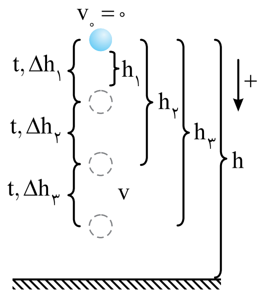
راه‌حل دوم: ابتدا زمان کل سقوط را به‌دست می‌آوریم: $\Delta y=-\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow -۱۸۰=-\frac{۱}{۲}\times ۱۰t^{۲}\Rightarrow t=۶s$

پس بازه‌های زمانی $t=\frac{۶}{۳}=۲s$ است.

با توجه به این مطلب که در سقوط آزاد، گلوله در ثانیهٔ اول ۵ متر و در ثانیهٔ دوم ۱۵ متر و در ثانیهٔ سوم ۲۵ متر و ... سقوط می‌کند، می‌توان نوشت:

$\Delta y_{۱}=۵+۱۵=۲۰m$, $\Delta y_{۲}=۲۵+۳۵=۶۰m$, $\Delta y_{۳}=۴۵+۵۵=۱۰۰m$

۶۵۳- گزینهٔ ۳ جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین درنظر می‌گیریم سپس مقدار سقوط در مدت t و $۲t$ و $۳t$ را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow \begin{cases} h_{۱}=\frac{۱}{۲}gt^{۲} \\ h_{۲}=\frac{۱}{۲}g(۲t)^{۲}=۴(\frac{۱}{۲}gt^{۲}) \\ h_{۳}=\frac{۱}{۲}g(۳t)^{۲}=۹(\frac{۱}{۲}gt^{۲}) \end{cases}$$

اکنون مقدار $\Delta h_{۲}$ و $\Delta h_{۳}$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta h_{۲}=h_{۲}-h_{۱}=۴(\frac{۱}{۲}gt)^{۲}-\frac{۱}{۲}gt^{۲}=۳(\frac{۱}{۲}gt^{۲}) \\ \Delta h_{۳}=h_{۳}-h_{۲}=۹(\frac{۱}{۲}gt^{۲})-۴(\frac{۱}{۲}gt^{۲})=۵(\frac{۱}{۲}gt^{۲}) \end{cases}\Rightarrow \frac{\Delta h_{۳}}{\Delta h_{۲}}=\frac{۵}{۳}$$

۶۵۴- گزینهٔ ۳ ابتدا زمان کل سقوط گلوله را به‌دست می‌آوریم (برای سادگی جهت مثبت را رو به پایین درنظر می‌گیریم.)

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow ۳۶۰=۵t^{۲}\Rightarrow t^{۲}=۷۲\Rightarrow t=۶\sqrt{۲}s$$

این زمان به سه بازهٔ $۲\sqrt{۲}s$ تقسیم شده است.

بنابراین بازه‌های زمانی برابر است با: صفر تا $۲\sqrt{۲}$، $۲\sqrt{۲}$ تا $۴\sqrt{۲}$ و $۴\sqrt{۲}$ تا $۶\sqrt{۲}$.

جابه‌جایی از صفر تا $۲\sqrt{۲}$ را به‌دست می‌آوریم: $\Delta y_{۱}=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow \Delta y_{۱}=۴۰m$

با همین بازه مشخص است که پاسخ گزینهٔ (۳) می‌شود زیرا تنها گزینه‌ای که $\Delta y_{۱}$ در آن $۴۰m$ است گزینهٔ (۳) است.

جابه‌جایی از صفر تا $۴\sqrt{۲}$: $\Delta y_{۲}=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow \Delta y_{۲}=۱۶۰m$

جابه‌جایی از $۲\sqrt{۲}$ تا $۴\sqrt{۲}$: $\Delta y_{۲}-\Delta y_{۱}=۱۶۰-۴۰=۱۲۰m$

جابه‌جایی از صفر تا $۶\sqrt{۲}$: $\Delta y_{۳}=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow \Delta y_{۳}=۳۶۰m$

جابه‌جایی از $۴\sqrt{۲}$ تا $۶\sqrt{۲}$: $\Delta y_{۳}-\Delta y_{۲}=۳۶۰-۱۶۰=۲۰۰m$

۶۵۵- گزینهٔ ۲ ابتدا زمان کل سقوط را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow ۱۰۱/۲۵=۵t^{۲}\Rightarrow t^{۲}=\frac{۱۰۱/۲۵}{۵}=۲۰/۲۵\Rightarrow t=۴/۵s$$

سه بازهٔ زمانی یکسان یعنی بازه‌های ۱/۵ ثانیه، بنابراین جابه‌جایی را در بازه‌های ۰ تا $۱/۵s$، $۱/۵s$ تا $۳s$ و $۳s$ تا $۴/۵s$ باید حساب کرد.

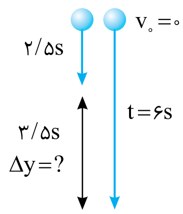
$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}\Rightarrow \Delta y=۵\times(\frac{۳}{۲})^{۲}\Rightarrow \Delta y_{(۱)}=۱۱/۲۵m$$

برای محاسبهٔ جابه‌جایی در بازهٔ $۱/۵s$ تا $۳s$ باید مکان‌ها را در هر دو لحظه به‌دست آورده و از هم کم کنیم.

$$\Delta y_{(۲)}=\frac{۱}{۲}\times ۱۰(۳)^{۲}-\frac{۱}{۲}\times ۱۰(۱/۵)^{۲}=۴۵-۱۱/۲۵=۳۳/۷۵m$$

جابه‌جایی در بازهٔ $۳s$ تا $۴/۵s$ خواهد شد: $\Delta y_{(۳)}=۱۰۱/۲۵-(۳۳/۷۵+۱۱/۲۵)=۵۶/۲۵m$

۶۵۶- گزینهٔ ۴ سرعت در لحظهٔ $t=۲/۵s$ و $t=۶s$ را به‌دست می‌آوریم.



$$v=gt+v_{\circ} \Rightarrow t_{۱}=۲/۵s \Rightarrow v_{۱}=۲۵\frac{m}{s} \Rightarrow t_{۲}=۶s \Rightarrow v_{۲}=۶\circ\frac{m}{s}$$

جابه‌جایی در مدت $۳/۵s$ آخر برابر خواهد شد با:

$$\Delta y=\frac{v_{۲}+v_{۱}}{۲}\Delta t \Rightarrow \Delta y=\frac{۶\circ+۲۵}{۲}\times ۳/۵ \Rightarrow \Delta y=۱۴۸/۷۵m$$

همچنین می‌توان جابه‌جایی در مدت $۲/۵s$ و $۶s$ را از رابطهٔ $\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}$ به‌دست آورده از هم کم کرد.

۶۵۷- گزینهٔ ۲ جابه‌جایی در ثانیهٔ tام در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست برابر است با:

$$\Delta y_{(t)}=\frac{۱}{۲}g(۲t-۱)+v_{\circ} \Rightarrow \Delta y_{(۳)}=۴/۹\,(۲\times ۳-۱)=۴/۹\times ۵=۲۴/۵m$$

۶۵۸- گزینهٔ ۲ **راه‌حل اول**: با توجه به رابطهٔ مکان- زمان می‌توان نوشت:

$$x=\frac{۱}{۲}gt^{۲} \xrightarrow{t=۱s} \Delta x_{۱}=۵m$$

برای یافتن جابه‌جایی در ثانیهٔ دوم باید مکان در ثانیهٔ اول و مکان در ثانیهٔ دوم را به‌دست آورد و مکان‌ها را از هم کم کرد. بنابراین:

$$\begin{cases} t=۱s \Rightarrow x=۵m \\ t=۲s \Rightarrow x=۲\circ m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(۲)}=۲\circ-۵=۱۵m \quad , \quad \frac{\Delta x_{۲}}{\Delta x_{۱}}=\frac{۱۵}{۵}=۳$$

راه‌حل دوم: در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ nام از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta x_{(n)}=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_{\circ} \Rightarrow \begin{cases} t=۱s \Rightarrow \Delta x_{(۱)}=۵m \\ t=۲s \Rightarrow \Delta x_{(۲)}=۱۵m \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x_{۲}}{\Delta x_{۱}}=\frac{۱۵}{۵}=۳$$

۶۵۹- گزینهٔ ۲ ابتدا مسافت طی‌شده در $\frac{۳}{۴}$ ثانیهٔ اول را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y_{(\frac{۳}{۴})}=\frac{۱}{۲}gt^{۲}=۵\times\frac{۹}{۱۶} \Rightarrow \Delta y_{(\frac{۳}{۴})}=\frac{۴۵}{۱۶}m$$

مسافت طی شده در ثانیهٔ سوم سقوط برابر است با:

$$\Delta y_{(t)}=\frac{۱}{۲}g(۲t-۱)+v_{\circ} \Rightarrow \Delta y_{(۳)}=۵\times ۵+\circ=۲۵m$$

$$\frac{\Delta y_{(\frac{۳}{۴})}}{\Delta y_{(۳)}}=\frac{\frac{۴۵}{۱۶}}{۲۵}=\frac{۹}{۸\circ}$$

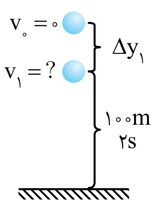
۶۶۰- گزینهٔ ۱ **راه‌حل اول**: در حرکت سقوط آزاد متحرک در ثانیه اول ۵ متر و در ثانیه دوم ۱۵ متر و ثانیه سوم ۲۵ متر و ... را طی می‌کند.

۵m	۱۵m	۲۵m	۳۵m	$\overbrace{۴۵m \quad ۵۵m}^{۱\circ\circ m}$	
ثانیه اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم

بنابراین h برابر است با:

$$h=۵+۱۵+۲۵+۳۵+۴۵+۵۵=۱۸\circ m$$

راه‌حل دوم: در مسیر حرکت متحرک در مدت $۲s$ با شتاب ثابت $g=۱\circ\frac{m}{s^{۲}}$ جابه‌جایی ۱۰۰ متر را طی کرده است به همین دلیل می‌توان نوشت:

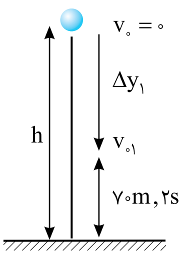


$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^{۲}+v_{۱}t \Rightarrow ۱\circ\circ=۵\times ۴+v_{۱}\times ۲ \Rightarrow v_{۱}=۴\circ\frac{m}{s}$$

فاصلهٔ محل رها شدن تا رسیدن به سرعت $۴\circ\frac{m}{s}$ را حساب می‌کنیم:

$$v_{۱}^{۲}=۲g\Delta y_{۱} \Rightarrow ۱۶\circ\circ=۲\circ\Delta y_{۱} \Rightarrow \Delta y_{۱}=۸\circ m$$

$$h=۱\circ\circ+۸\circ=۱۸\circ m$$



۶۶۱- گزینهٔ ۲ جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم. با توجه به شکل، $v_{\circ 1}$ را به‌دست می‌آوریم:

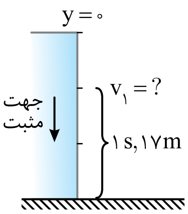
$$\Delta y=\frac{1}{۲}gt^۲+v_{\circ 1}t\Rightarrow ۷۰=\frac{1}{۲}\times ۱۰\times ۴+v_{\circ 1}\times ۲\Rightarrow v_{\circ 1}=۲۵\,\frac{m}{s}$$

حال Δy_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{\circ 1}^۲-v_\circ^۲=۲g\Delta y_1\Rightarrow ۶۲۵-\circ=۲۰\Delta y_1\Rightarrow \Delta y_1=۳۱/۲۵\,m$$

$$h=۷۰+۳۱/۲۵=۱۰۱/۲۵\,m$$

تذکر: آیا این تست از روش اول تست قبلی حل می‌شود؟ قطعاً خیر، بنابراین روش‌های اصلی حل کردن را فرا بگیرید.



۶۶۲- گزینهٔ ۴ با توجه به سقوط جسم که در مدت ۱s، ۱۷m سقوط کرده است می‌توان نوشت:

$$\Delta y=\frac{1}{۲}gt^۲+v_1t\Rightarrow ۱۷=۵\times ۱+v_1\times ۱\Rightarrow v_1=۱۲\,\frac{m}{s}$$

زمان رسیدن گلوله از لحظهٔ رها شدن به سرعت $۱۲\,\frac{m}{s}$ خواهد شد:

$$v=gt\Rightarrow ۱۲=۱۰t_1\Rightarrow t_1=۱/۲s$$

بنابراین کل زمان سقوط $۱/۲+۱=۲/۲s$ است.

۶۶۳- گزینهٔ ۲ حرکت دارای شتاب $g=۱۰\,\frac{m}{s^۲}$ است یعنی تغییرات سرعت در هر ثانیه برابر $۱۰\,\frac{m}{s}$ است. از این رو سرعت جسم ۱s قبل از $۳۲\,\frac{m}{s}$ باید برابر $۳۲-۱۰=۲۲\,\frac{m}{s}$ باشد.

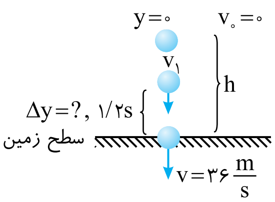
روش دیگر: یک ثانیهٔ آخر را یک حرکت مستقل فرض می‌کنیم.

برای سادگی جهت مثبت رو به پایین اختیار شده است $\quad v_۲=gt+v_1\Rightarrow ۳۲=۱۰\times ۱+v_1\Rightarrow v_1=۲۲\,\frac{m}{s}$

۶۶۴- گزینهٔ ۱ سرعت آن در برخورد به زمین $۱۶\,\frac{m}{s}$ بوده بنابراین ۱s قبل سرعت آن باید $۶\,\frac{m}{s}$ باشد، زیرا شتاب یعنی تغییرات سرعت در هر ثانیه $۱۰\,\frac{m}{s^۲}$ است.

اکنون به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، مسأله قابل حل است.

$$v^۲-v_\circ^۲=۲g\Delta y\Rightarrow ۱۶^۲-۶^۲=۲۰\Delta y\Rightarrow ۲۵۶-۳۶=۲۰\Delta y\Rightarrow \Delta y=۱۱\,m$$



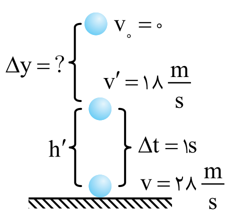
۶۶۵- گزینهٔ ۳ جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم:

$$v=gt+v_\circ\Rightarrow ۳۶=۱۰(۱/۲)+v_1\Rightarrow v_1=۲۴\,\frac{m}{s}$$

اکنون به کمک فرمول طلایی (رابطهٔ مستقل از شتاب)، می‌توان نوشت:

$$\Delta y=\frac{v+v_1}{۲}\times\Delta t\Rightarrow \Delta y=\frac{۳۶+۲۴}{۲}\times ۱/۲=۳۶m$$

۶۶۶- گزینهٔ ۱ جهت مثبت را برای سادگی محاسبات رو به پایین فرض کرده‌ایم. شتاب حرکت $g=۱۰\,\frac{m}{s^۲}$ یعنی در هر ثانیه به سرعت $۱۰\,\frac{m}{s}$ افزوده می‌شود بنابراین سرعت یک ثانیه قبل از رسیدن گلوله به زمین برابر $۲۸-۱۰=۱۸\,\frac{m}{s}$ است.



با توجه به رابطهٔ مستقل از زمان ارتفاع را به‌دست می‌آوریم:

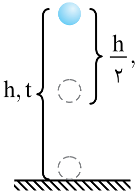
$$v^۲=۲g\Delta y\Rightarrow ۱۸\times ۱۸=۲\times ۱۰\Delta y\Rightarrow \Delta y=۱۶/۲m$$

۶۶۷- گزینهٔ ۲ ابتدا ارتفاع h را به‌دست می‌آوریم و جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲+v_\circ t\xrightarrow{v_\circ=\circ}\frac{h}{۲}=۵(۳\sqrt{۲})^۲+\circ\Rightarrow h=۱۸\circ m$$

$$v^۲-v_\circ^۲=۲g\Delta y\Rightarrow v^۲-\circ=۲\times۱\circ(۱۸\circ-۴۵)\Rightarrow v^۲=۲۷\circ\circ\Rightarrow v=۳\circ\sqrt{۳}\,\frac{m}{s}$$

۶۶۸- گزینهٔ ۱ با توجه به معادلهٔ مکان - زمان در دو بازهٔ مشخص شده داریم:



$$\begin{cases}h=-\frac{۱}{۲}gt^۲\\ \frac{h}{۲}=-\frac{۱}{۲}gt'^۲\end{cases}\Rightarrow(\frac{t}{t'})^۲=۲\Rightarrow t'=\frac{\sqrt{۲}}{۲}t$$

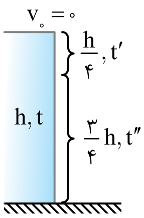
بنابراین زمان سپری شده در نیمه دوم مسیر برابر است با:

$$t''=t-t'=t-\frac{\sqrt{۲}}{۲}t=\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲}t$$

درنتیجه نسبت $\frac{t'}{t''}$ برابر است با:

$$\frac{t'}{t''}=\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}t}{\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲}t}=\frac{\sqrt{۲}}{۲-\sqrt{۲}}\times\frac{۲+\sqrt{۲}}{۲+\sqrt{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲}+۲}{۴-۲}=\frac{۲\sqrt{۲}+۲}{۲}=\sqrt{۲}+۱$$

۶۶۹- گزینهٔ ۳ برای سادگی جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.

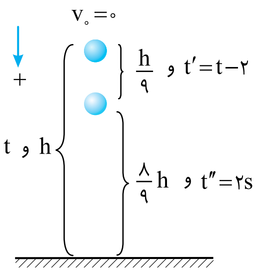


$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲\begin{cases}h=\frac{۱}{۲}gt^۲\\ \frac{h}{۴}=\frac{۱}{۲}gt'^۲\end{cases}\Rightarrow۴=\frac{t^۲}{t'^۲}\Rightarrow t'=\frac{t}{۲}$$

در این صورت t'' خواهد شد:

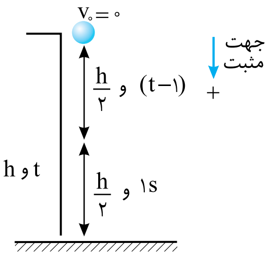
$$t''=t-t'=t-\frac{t}{۲}=\frac{t}{۲}$$

۶۷۰- گزینهٔ ۲ همواره در حل این مسائل، قسمت اول مسیر را با کل مسیر مقایسه می‌کنیم:



$$\begin{cases}h=\frac{۱}{۲}gt^۲\\ \frac{h}{۹}=\frac{۱}{۲}g(t-۲)^۲\end{cases}\Rightarrow\frac{h}{\frac{h}{۹}}=\frac{t^۲}{(t-۲)^۲}\Rightarrow۹=\frac{t^۲}{(t-۲)^۲}\Rightarrow۳=\frac{t}{t-۲}\Rightarrow۳t-۶=t\Rightarrow t=۳s$$

۶۷۱- گزینهٔ ۱ **راه‌حل اول**: مسافتی که جسم در ثانیهٔ آخر پیموده است برابر با تمام مسافت پیموده شدهٔ قبل از آن است، بنابراین اگر کل ارتفاع سقوط h باشد و زمان کل سقوط t باشد، $\frac{h}{۲}$ اول مسیر را در $(t-۱)$ ثانیه و $\frac{h}{۲}$ آخر مسیر را در $۱s$ پیموده است.



$$\begin{cases}h=\frac{۱}{۲}gt^۲\\ \frac{h}{۲}=\frac{۱}{۲}g(t-۱)^۲\end{cases}\Rightarrow\frac{h}{\frac{h}{۲}}=\frac{t^۲}{(t-۱)^۲}\Rightarrow۲=\frac{t^۲}{(t-۱)^۲}\Rightarrow\sqrt{۲}=\frac{t}{t-۱}\Rightarrow\sqrt{۲}t-\sqrt{۲}=t\Rightarrow(\sqrt{۲}-۱)t=\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow t=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}-۱}\Rightarrow t=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}-۱}\times\frac{\sqrt{۲}+۱}{\sqrt{۲}+۱}\Rightarrow t=۲+\sqrt{۲}s$$

اکنون h را به‌دست می‌آوریم:

$$h=\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow h=\frac{۱}{۲}\times۱\circ(۲+\sqrt{۲})^۲=۵(۴+۴\sqrt{۲}+۲)\Rightarrow h=۳\circ+۲\circ\sqrt{۲}\xrightarrow{\sqrt{۲}=۱/۴}h\approx۵۸m$$

راه‌حل دوم: جابه‌جایی در ثانیهٔ آخر در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست برابر است با:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}g(۲t-۱)+v_\circ\Rightarrow\frac{h}{۲}=۵(۲t-۱)+\circ\Rightarrow h=۲\circ t-۱\circ\Rightarrow t=\frac{h+۱\circ}{۲\circ}$$

اکنون به کمک معادلهٔ مکان - زمان، h را به‌دست می‌آوریم:

$$h=\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow h=۵(\frac{h+۱\circ}{۲\circ})^۲\Rightarrow h=۵(\frac{h^۲+۲\circ h+۱\circ\circ}{۴\circ\circ})\Rightarrow۸\circ h=h^۲+۲\circ h+۱\circ\circ$$

$$h^۲-۶\circ h+۱\circ\circ=\circ\Rightarrow h=۳\circ\pm\sqrt{۹\circ\circ-۱\circ\circ}=۳\circ\pm۱\circ\sqrt{۸}\Rightarrow h\approx۵۸m$$