



## مجموعه‌ها معرفی مجموعه

## کارت ۱ فصل ۱

- ❖ هر مجموعه دسته‌ای از اشیا (یا اعداد یا حروف) مشخص و متمایز (غیر تکراری) است.
- ❖ برای نشان دادن این که عدد ۴ عضو یک مجموعه مانند  $A$  است از نماد  $4 \in A$  استفاده می‌کنیم و برای این که بگوییم عدد ۷ عضو مجموعه  $A$  نیست، از نماد  $7 \notin A$  استفاده می‌کنیم.
- ❖ مجموعه‌ای که با نماد  $\emptyset$  یا  $\{ \}$  نشان داده می‌شود، عضوی ندارد و تهی نامیده می‌شود.

### پرسش‌ها

۱. تعداد اعضای دو

مجموعه  $M = \{1, 2, \frac{4}{2}\}$ ,  $N = \{0, -1, 3\}$  را بنویسید.

۲. تعیین کنید کدام یک از عبارتهای زیر مشخص کننده یک مجموعه نیست.

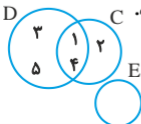
الف) اعداد اول یک رقمی فرد

ب) سه مضرب مثبت عدد ۱۱

ج) ۶ مقسوم علیه مثبت عدد ۱۲

۳. اعضای مجموعه  $C, D, E$  را بنویسید و صحیح یا غلط

بودن عبارات زیر را مشخص کنید.



(۱)  $4 \in C$

(۲)  $7 \in D$



$$1 \notin D \quad \text{٣}$$

$$5 \in E \quad \text{٤}$$



## مجموعه‌ها معرفی مجموعه

کارت ۱  
فصل ۱

### پاسخها

۱. عضو تکراری در شمارش مجموعه‌ها به حساب نمی‌آید. از آن جا

که  $2 = \frac{4}{2}$  است، پس مجموعه  $M$  دارای ۲ عضو و مجموعه

$N$  دارای ۳ عضو است.

۲. الف) اعداد اول یک رقمی فرد مجموعه  $\{3, 5, 7\}$  را مشخص می‌کند.

ب) سه مضرب مثبت عدد ۱۱ اعداد مشخص و یکتایی را شامل نمی‌گردد. می‌توان  $\{11, 22, 33\}$  یا  $\{11, 44, 55\}$  یا  $\{22, 33, 77\}$  یا ... را مثال زد، پس یک مجموعه نیست.

ج) مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد ۱۲ را در نظر بگیرید.

$\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  چون دقیقاً ۶ مقسوم‌علیه دارد، بنابراین ۶

مقسوم‌علیه مثبت عدد ۱۲ یک مجموعه را مشخص می‌کند.

۳.  $E = \{ \}$  و  $D = \{3, 5, 4, 1\}$  و  $C = \{1, 2, 4\}$

۱) صحیح، چون عدد ۴ عضو مجموعه  $C$  است.

۲) غلط، چون عدد ۷ عضو مجموعه  $D$  نیست.

۳) غلط، چون عدد ۱ عضو مجموعه  $D$  هست.

۴) غلط، چون مجموعه  $E$  تهی است و عضوی ندارد.



## مجموعه‌ها دو مجموعه برابر و نمایش مجموعه‌ها

کارت ۲  
فصل ۱

❖ مجموعه  $A$  و  $B$  در صورتی با یکدیگر برابر هستند که هر عضو مجموعه  $A$ ، عضوی از مجموعه  $B$  نیز باشد و هر عضوی از مجموعه  $B$ ، عضوی از مجموعه  $A$  نیز باشد. در این صورت می‌گوییم  $A = B$ . اگر تمام اعضای مجموعه  $F$  در مجموعه  $D$  وجود داشته باشد می‌گوییم  $F \subseteq D$  یعنی مجموعه  $F$  زیرمجموعه مجموعه  $D$  است. اگر بتوانیم عضوی در  $F$  بیابیم که در  $G$  وجود نداشته باشد می‌گوییم:  $F \not\subseteq G$  در نمودار ون تمام اعضایی که در یک منحنی بسته باشند، عضو مجموعه هستند.

### پرسش‌ها

۴. مجموعه‌های زیر با هم برابرند. مقدار  $a \times b$  را بیابید.

$$A = \left\{ 5, -\frac{\sqrt{121}}{33}, b \right\} \quad B = \left\{ a, (-3)^2, \frac{25}{5} \right\}$$

۵. با توجه به نمودار زیر، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

(۱)  $\{-2, 6\} \subseteq D$  (۲)  $\{1, 5\} \subseteq C$

(۳)  $\{7, -2\} \subseteq C$  (۴)  $\{6, 14\} \in D$

(۵)  $\{10, 0, 14\} \notin D$





$$C \subseteq D \quad \text{✓}$$

$$C \neq D \quad \text{✓}$$



مجموعه‌ها  
دو مجموعه برابر و  
نمایش مجموعه‌ها

کارت ۲  
فصل ۱

پاسخها

۴. چون دو مجموعه با هم برابرند پس علاوه بر این که تعداد اعضای برابر دارند، باید اعضای آنها نیز نظیر به نظیر با هم برابر باشند. ابتدا اعضای هر کدام از مجموعه‌ها را ساده می‌کنیم:

$$A = \left\{ 5, -\frac{11}{3}, b \right\} \quad B = \{ a, 9, 5 \}$$

$$5 = 5, a = -\frac{11}{33} = -\frac{1}{3}, b = 9$$

$$\Rightarrow a \times b = -\frac{1}{3} \times 9 = -3$$

۵. در نمودار کشیده شده تمام اعضای مجموعه D در مجموعه C نیز وجود دارد:

(۱) درست، چون  $(-2)$  و  $6$  اعضای مجموعه D است، پس  $\{-2, 6\}$  زیرمجموعه D است.

(۲) درست (۳) درست

(۴) نادرست،  $6$  و  $14$  عضو D هستند اما مجموعه  $\{6, 14\}$  زیرمجموعه مجموعه D است نه عضو آن.

(۵) درست، مجموعه  $\{10, 0, 14\}$  عضو D نیست.

(۶) نادرست، چون D زیرمجموعه C است یعنی  $D \subseteq C$



## درس ۷



## مجموعه‌ها مجموعه تهی و تعداد زیر مجموعه‌ها

کارت ۳  
فصل ۱

- ❖ مجموعه تهی زیر مجموعه همه مجموعه‌هاست. یعنی برای مجموعه دلخواه  $B$  داریم:  $\emptyset \subseteq B$ . هر مجموعه‌ای زیر مجموعه خودش است.
- ❖ هر مجموعه  $\pi$  عضوی  $2^\pi$  زیر مجموعه دارد. به عنوان مثال مجموعه ۴ عضوی  $2^4$  زیر مجموعه دارد.

### پرسش‌ها

۶. با توجه به نمودار ون زیر، مجموعه  $D$  و تمام زیرمجموعه‌های آن را بنویسید.



۷. یک مجموعه  $64^2$  زیرمجموعه دارد. این مجموعه چند عضو دارد؟
۸. تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $K + 2$  عضوی، ربع تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $2K + 3$  عضوی است.  $K$  را به دست آورید.





۹. مجموعه  $A = \{a, b, c\}$  را در نظر بگیرید. این مجموعه چند زیرمجموعه دارد که عضو  $a$  را حتماً در برمی گیرد؟



مجموعه‌ها  
مجموعه تهی و  
تعداد زیر مجموعه‌ها

کارت ۳  
فصل ۱

پاسخها

۶.  $D = \{5, 6, -2\}$  مجموعه D

این مجموعه ۳ عضوی و  $2^3 = 8$  زیرمجموعه دارد.  
زیرمجموعه‌های آن عبارتند از:

$$\{ \}, \{5\}, \{6\}, \{-2\}, \{5, 6\}, \{5, -2\}, \{6, -2\}, \{5, 6, -2\}$$

۷.  $64^2 = (2^6)^2 = 2^{12} = 2^n \Rightarrow n = 12$

یک مجموعه  $n$  عضوی  $2^n$  زیرمجموعه دارد، پس این مجموعه ۱۲ عضو دارد.

۸. تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $K + 2$  عضوی  $2^{K+2}$  و تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $2K + 3$  عضوی  $2^{2K+3}$  است. داریم:

$$\frac{2^{K+2}}{2^{2K+3}} = \frac{1}{4} \Rightarrow 2^{K+2} \times 4 = 2^{2K+3}$$

$$2^{K+2+2} = 2^{2K+3} \Rightarrow K + 4 = 2K + 3 \Rightarrow K = 1$$



$\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a\}$

۹. ۴ زیر مجموعه





## مجموعه‌ها نمایش مجموعه‌های اعداد

کارت ۴  
فصل ۱

❖ **مجموعه اعداد طبیعی:** با حرف  $\mathbb{N}$  نمایش داده می‌شود و با عدد ۱ آغاز می‌گردد:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

❖ **مجموعه اعداد صحیح:** با حرف  $\mathbb{Z}$  نمایش داده می‌شود و شامل اعداد طبیعی، صفر و قرینه اعداد طبیعی است:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

❖ **مجموعه اعداد حسابی:** با حرف  $W$  نمایش داده می‌شود و شامل عدد صفر و همه اعداد طبیعی است:

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

❖ **مجموعه اعداد گویا:** مجموعه عددهای گویا بیشمار عضو دارد و به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

هر عدد صحیح یک عدد گویاست.

**پرسش**

۱۰. اعضای مجموعه‌های زیر را بنویسید.



$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -7 < 2x \leq 14\}$$

$$B = \{x - 3 \mid x \in \mathbb{W}, -3 \leq x + 1 < 10\}$$

$$C = \{x + 7 \mid x \in \mathbb{N}, 5 \leq 2x \leq 10\}$$



مجموعه‌ها  
نمایش مجموعه‌های  
اعداد

کارت ۴  
فصل ۱

پاسخ

۱۰. مجموعه  $A$  شامل اعداد صحیحی است که دو برابر آن‌ها بین  $(-7)$  و  $14$  یا مساوی  $14$  باشد. توجه کنید دو برابر آن‌ها در این بازه قرار گیرد. این اعداد شامل:

$$A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

برای مجموعه  $B$  ابتدا باید اعداد حسابی را بیایم که یک واحد بزرگ‌تر از آن‌ها بین  $(-3)$  و  $10$  باشد.

**تذکره:** چون در مجموعه ذکر کرده اعداد حسابی باید عددی که می‌یابیم صفر یا بزرگ‌تر از صفر باشد  $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$  توجه کنید عدد  $9$  را نمی‌توانیم بنویسیم چون  $9 + 1 = 10$  می‌شود و اعداد  $x + 1$  باید کوچک‌تر از  $10$  باشند. حالا مجموعه  $B$  را می‌نویسیم:

$$B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$



برای مجموعه  $C$  اعداد طبیعی را می‌یابیم که دو برابر آنها بین ۵ و ۱۰ یا برابر با ۵ و ۱۰ باشد، یعنی:

$$x = 3, 4, 5 \Rightarrow C = \{10, 11, 12\}$$



## مجموعه‌ها اشتراک مجموعه‌ها

کارت ۵  
فصل ۱

❖ اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $B$  مجموعه‌ای است که عضوهای آن شامل همهٔ عضوهای مشترک بین دو مجموعه  $A$  و  $B$  است و با نماد  $A \cap B$  نمایش داده می‌شود.



❖ **نکته:** اگر  $A \subseteq B$  باشد، آن‌گاه اشتراک  $A$  و  $B$  برابر  $A$  است که نمودار آن به صورت زیر است.



### پرسش‌ها

- اگر  $A = \{2, 4, 6, 8\}$  و  $B = \{4, 8, 12\}$  باشد، آنگاه  $A \cap B$  را به دست آورید.
- اگر  $A$  مجموعه‌ای دلخواه باشد، آنگاه حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$A \cap \emptyset = ?$$

$$A \cap A = ?$$





۱۳. اگر مجموعه  $A$ ، ۴ عضوی و مجموعه  $B$ ، ۷ عضوی باشد و مجموعه  $A \cup B$  ۸ عضو داشته باشد، آن گاه مجموعه  $A \cap B$  چند عضو دارد؟





مجموعه‌ها

اشتراک مجموعه‌ها

کارت ۵

فصل ۱

## پاسخها

۱۱. کافی است اعضای مشترک بین دو مجموعه  $A$  و  $B$  را بنویسیم. بنابراین خواهیم داشت:

$$A \cap B = \{4, 8\}$$

۱۲. اشتراک هر مجموعه دلخواه با مجموعه تهی برابر با تهی است. بنابراین خواهیم داشت:

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

اشتراک هر مجموعه‌ی دلخواه با خودش، برابر با خودش است. بنابراین خواهیم داشت:

$$A \cap A = A$$

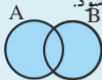
۱۳. اگر اعضای مجموعه  $A$  و مجموعه  $B$  متمایز بود، آنگاه  $A \cup B$  دارای ۱۱ عضو بود، اما در حال حاضر مجموعه  $A$  ۸ عضوی است، یعنی ۳ عضو آن بین دو مجموعه مشترک (تکراری) بوده است. بنابراین  $A \cap B$ ، ۳ عضو دارد.



## مجموعه‌ها اجتماع مجموعه‌ها

کارت ۶  
فصل ۱

❖ اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  مجموعه‌ای است که شامل همهٔ عضوهایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه  $A$  یا  $B$  باشد و با نماد  $A \cup B$  نمایش داده می‌شود. در نمودار ون مقابل مجموعه  $A \cup B$  نمایش داده شده است.



❖ **نکته:** اگر  $A \subseteq B$  باشد، آن‌گاه اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابر  $B$  است.



$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

### پرسش‌ها

۱۴. اگر  $A = \{1, 2, 3\}$  و  $B = \{3, 4, 5\}$  باشد، آنگاه  $A \cup B$  را به دست آورید.

۱۵. اگر  $A$  مجموعه‌ای دلخواه باشد، آنگاه حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$A \cup \emptyset = ?$$

$$A \cup A = ?$$

۱۶. از جملهٔ زیر چه نتیجه‌ای در مورد اعضای مجموعه‌های  $A$  و  $B$  می‌توان گرفت؟