



آموزش و آزمون ریاضی و آمار (۲) پایه یازدهم

رشته های ادبیات و علوم انسانی - علوم و معارف اسلامی

مؤلفان: بهنام بناپور - نیما نام آوری - میثم فرجی
دبیر مجموعه و مدیر گروه علوم انسانی: اصغر حجازیان



تقدیم به قهرمان ناشناخته، به ناجی آبادان، به «دریاقلی سورانی»

به او که مردانه ۹ کیلومتر رکاب زد و وقتی دوچرخه‌اش پنجر شد تا سپاه آبادان دوید.
به او که با خمپاره مجروح شد و قهرمانانه در قطار به دیار حق شتافت.

این شهر در محاصره، شهر تو و من است
اینک به زیر چکمه ناپاک دشمن است
چشم انتظار همت تو دین و میهن است
این خانه‌ها هنوز پر از کودک و زن است
میدان جنگ تن‌به‌تن و تانک با تن است
تکلیف شهر خاطره‌های تو روشن است!
از این دیار، ترکش و یک مشت آهن است
تاریخ در لفظ نام تو الکن است
همپای مرگ، کار تو امشب دویدن است
دریایی و ظرفیت دریا تپیدن است

آن سوی نخل‌ها پر سرباز دشمن است
دشمن نفوذ کرده و این شهر بی‌پناه
دریاقلی! رکاب بزن، یا علی بگو
ای مرد اهل درد، بنام به غیرتت
فردا، اگر درنگ کنی، کوچه‌های شهر
از راه گر بمانی و روشن شود هوا
دریاقلی رکاب بزن گرچه سهم تو
دریاقلی! به وسعت دریاست نام تو
هی مرد، مرد از نفس افتاده‌ای مگر؟!
چون موج‌ها به دامن ساحل نمی‌خزی

مقدمه مؤلفان

در پگاه معلّمیم، جمله‌ای از ریاضی‌دان بزرگ معاصر «هانری پوانکاره» خواندم که بدون آن که با پوست و استخوان در کش کنم به دلم چسبید. گفته بود: «یک ریاضی‌دان باید تا اندازه‌ای شاعر باشد.» چه عجیب! ارتباط شعر و ریاضی از نگاه بسیاری، ارتباطی نامأنوس است؛ اما وقتی نام خیام شاعر را در قلّه ریاضیات می‌شنوی، کمی به نوع این ارتباط مشکوک می‌شوی. یادی می‌کنم از «دکتر احمد شرف‌الدین» که به تازگی به دیدار خدا رفت و من او را از کتابش «ریاضی دلاویز در ادب گهرریز» می‌شناسم؛ کتابی که به زیبایی به ارتباط ادبیات و ریاضیات می‌پردازد. او هندسه دل‌ها را نوشت. خط زیبایی داشت، به نکات ادبی توجه می‌کرد، زیبایی‌شناسی در نقوش قالی‌بافی و کاشی‌کاری به وجدش می‌آورد و به «مثال ملموس» اعتقادی راسخ داشت. باید به این باور برسیم که ریاضیات برای ریاضیات تمام ریاضیات نیست. ریاضیات نقش و مسئولیتی بزرگ در علوم دیگر برعهده دارد.

ریاضی، دلچسب است که بتواند در خدمت ادبیات، روان‌شناسی، حقوق، جامعه‌شناسی، اقتصاد و تمام زیررشته‌های علوم، به‌خصوص علوم انسانی قرار گیرد. چنانچه همواره بالیده‌ام به سخن دانش‌آموزی از دانش‌آموزان فرزانتانم که در پایان سال تحصیلی به من گفت:

«استاد من می‌خواهم کارگردان شوم اما خوشحالم که در کلاس ریاضی شما بوده‌ام» و طعم دوست‌داشتنی این جمله هنوز با من است.

کتابی که در پیش‌روی دارید با نگاهی عمیق به مفاهیم علوم انسانی نگاشته شده است. به پاره‌ای از خصوصیت‌های کتاب اشاره می‌کنم:

۱- نمودار یادگیری درختی در ابتدای هر فصل (مطابق با کتاب درسی)

۲- آموزش درس به درس با نگاه واقعی به عناصر و بن‌مایه‌های علوم انسانی

۳- پرسش‌های تشریحی در قالب عبارات درست و نادرست، تکمیل واژگان، پرسش‌های پاسخ کوتاه، پرسش‌های چهارگزینه‌ای و ...

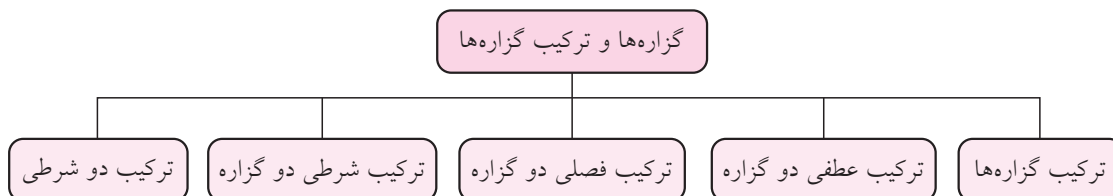
۴- آزمون‌های جامع نیم‌سال اول و دوم

۵- توجه جدی به کتاب درسی و شبیه‌سازی محتوای آن

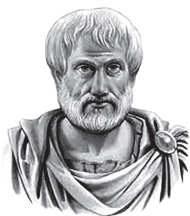
از استاد اصغر حجازیان، مرد بزرگ علوم انسانی که مدیریت این تألیف را برعهده داشتند، از جناب آقای خدایار مبین، مدیر محترم و متواضع واحد تاپ، از سرکار خانم ملیحه محمدی آندرس که حروف‌چینی و صفحه‌آرایی این اثر را با شایستگی به سامان رساندند، از سرکار خانم نرگس سربندی و خانم سمانه ایمان‌فرد برای رسم شکل‌ها و طرح جلد کتاب و نیز مؤلفان کاربلد و مجرب، سرکار خانم میثمه فرجی و جناب آقای نیما نام‌آوری، از استاد محمود محمدی، یار همیشگی و از دیگر یاران مبتکران صمیمانه سپاسگزارم. امیدوارم و امیدواریم که مقبول افتد.

فهرست

۵	مقدمه
۷	فصل اول آشنایی با منطق و استدلال ریاضی
۷	گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها
۱۵	پرسش‌های درس اول
۲۷	استدلال ریاضی
۳۲	پرسش‌های درس دوم
۴۴	فصل دوم تابع
۴۴	توابع ثابت، چندضابطه‌ای و همانی
۵۵	پرسش‌های درس اول
۷۴	توابع پلکانی و قدرمطلق
۸۵	پرسش‌های درس دوم
۱۰۱	آزمون پایان نیم‌سال اول (۱)
۱۰۵	آزمون پایان نیم‌سال اول (۲)
۱۰۹	اعمال بر روی توابع
۱۱۴	پرسش‌های درس سوم
۱۳۱	فصل سوم آمار
۱۳۱	شاخص‌های آماری
۱۳۸	پرسش‌های درس اول
۱۴۷	سری‌های زمانی
۱۵۵	پرسش‌های درس دوم
۱۶۷	آزمون پایان نیم‌سال دوم (۱)
۱۷۰	آزمون پایان نیم‌سال دوم (۲)



پدرش طبیب و دوست پادشاه مقدونیه بود. در ۱۸ سالگی به آکادمی افلاطون راه یافت. ۲۰ سال شاگرد افلاطون بود. به او لقب استثنایی «معلم اول» را داده‌اند و شگفت‌آورتر آن‌که بزرگ‌مردانی چون بوعلی، فارابی، خواجه نصیر و میرداماد از پیروان مکتب او به شمار می‌آیند. نامش **ارسطوس** است. این جمله از او و ارسطوئیان بسیار معروف است: «انسان حیوان ناطق است.» «**منطق**» در لغت به معنای «آنچه به گفته درآمده» می‌باشد و «**حیوان ناطق**» یعنی حیوان صاحب تفکر و بیان.



منطق را معمولاً به معنای بررسی استدلال تعبیر می‌کنند. در واقع کاربرد منطق در تشخیص اعتبار و صحت استدلال‌هاست.

تعبیر دوم از منطق، روش درست فکر کردن است که به این معنا، آنان که منطق بیش‌تر می‌دانند کم‌تر از دیگران در استدلال‌ها اشتباه می‌کنند.

امروزه منطق تنها شاخه‌ای از **علم فلسفه** به حساب نمی‌آید و در **ریاضیات، علوم و رایانه** کاربرد دارد. «**منطق ریاضی**» شاخه‌ای از ریاضیات است که اگر ریاضیات را زبانی برای انتقال مفاهیم و اطلاعات بدانیم منطق را می‌توانیم **دستور زبان** دوست‌داشتنی این زبان فرض کنیم. سال‌ها مصلحان بشری صدق و راستی را ترویج داده‌اند و از دروغ‌گویی بیزاری جسته‌اند. شاید بتوان این جمله عجیب را گفت که اگر مصلحان بشری به طور کامل موفق می‌شدند امروزه از منطق گزاره‌ها خبری نبود. اما دنیای ما چه بخوایم و چه نخواهیم سرشار از راستی و ناراستی است. جملات خبری که روزانه از زبان‌ها، سایت‌ها و کتاب‌ها می‌شنویم سرشار از صدق‌ها و کذب‌هاست و آنچه که حیاتی است درک درستی یا نادرستی این خبرهاست.

در منطق ریاضی به هر جمله خبری که اکنون یا در آینده بتوانیم به آن ارزش درستی یا نادرستی نسبت دهیم «**گزاره**» گفته می‌شود؛ هرچند داشتن این ارزش بر ما معلوم نباشد.

به چند گزاره دقت کنیم:

(۱) آبادان یکی از شهرهای خوزستان است.

(۲) عدد ۳- عددی طبیعی است.

(۳) مریم میرزاخانی، برنده مدال فیلدز است.

(۴) رقم هزارم عدد π برابر ۴ است.

خوب! هر چهار جمله خبری‌اند. جمله‌های اول و سوم گزاره‌هایی درست، جمله دوم گزاره‌ای نادرست و جمله چهارم گزاره‌ای است که حتماً درست یا نادرست است، اما ما ممکن است از درستی یا نادرستی آن بی‌خبر باشیم و این، به گزاره بودن این جمله لطمه‌ای نخواهد زد.



جملات غیر خبری مانند جملات پرسشی، جملات امری، جملات شامل متغیر و جملات خبری که ارزش درستی یا نادرستی آنها قابل تعیین نباشد (مثلاً سلیقه‌ای باشد)، گزاره نیستند.

به چند جمله زیر که گزاره نیستند دقت کنید:

- (۱) چه اسب زیبایی! (۲) شما اهل کجایی؟ (۳) ریاضیات از فلسفه شیرین تر است.
(۴) برو و کیل شو. (۵) استقلال سرور پرسپولیس!

دقت کنید که در جمله ششم اگر ذکر می‌شد که برای هر عدد حقیقی x داریم: $x < 3$ آن‌گاه این جمله یک گزاره بود و ارزش نادرست داشت. اما فعلاً چنین چیزی ذکر نشده است و با توجه به متغیر x این جمله ارزش درستی یا نادرستی ندارد.

ترکیب چند گزاره ساده را «گزاره مرکب» می‌نامیم. معمولاً گزاره‌های ساده با افزودن حروف ربط مانند «و»، «یا» و ... به هم مرتبط می‌شوند و تشخیص درستی یا نادرستی آنها نیاز به توجه بیش‌تری دارد. مثلاً $2+1=3$ است و پنجاهمین رقم اعشار $\frac{2}{3}$ برابر ۷ است. در اینجا کلمه ربط «و» دو گزاره ساده را به هم وصل کرده است و گزاره‌ای مرکب ساخته است. برای تشخیص درستی یا نادرستی چنین گزاره‌هایی باید کمی از نزدیک‌تر با منطق ریاضی آشنا شویم.

به این منظور از نمادها و قراردادهایی استفاده می‌کنیم که به مجموعه آن‌ها جبر گزاره‌ها یا حساب گزاره‌ها گفته می‌شود.

در جبر گزاره‌ها هر گزاره را با یک حرف انگلیسی مانند p یا q یا r یا ... نمایش می‌دهیم. اگر درست بودن را با (د) و نادرست بودن را با (ن) مشخص کنیم جدول‌های زیر نمایش انواع وضعیت یک، دو یا سه گزاره را به عهده دارند:

یک گزاره

p
د
ن

دو گزاره

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

سه گزاره

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

تعداد حالات ارزش n گزاره برابر 2^n است، مثلاً در جدول سمت چپ $2^1 = 2$ حالت داریم. در جدول وسطی $2^2 = 4$ حالت و در جدول سمت راست $2^3 = 8$ حالت قابل بررسی است.

مثال در جدول بررسی وضعیت چهارگزاره، چند حالت قابل پیش‌بینی است؟

♦ پاسخ: $2^4 = 16$ حالت.

نقیض یک گزاره: نقیض گزاره p را با نماد $(\sim p)$ نمایش می‌دهیم و آن را به شکل «نقیض p » یا «چنین نیست که p » می‌خوانیم. می‌دانیم که هر جمله خبری دارای یک فعل است؛ بنابراین برای نقیض کردن یک گزاره، کافی است فعل جمله را نفی کنیم و طبیعی است که با این عمل اگر ارزش گزاره درست باشد آن را به «نادرست» و اگر «نادرست» باشد آن را به «درست» تبدیل خواهیم کرد. مثلاً «عدد ۷ زوج است.» نقیض این جمله خواهد شد: «عدد ۷ زوج نیست.» که جمله اول نادرست و نقیض آن یعنی جمله دوم درست است و یا «ایران در آسیا قرار دارد.» نقیض آن خواهد شد: «ایران در آسیا قرار ندارد.» که جمله اول درست و نقیض آن؛ یعنی جمله دوم، نادرست است.

مثال دانش‌آموزان زیر هر یک جمله‌ای را نقیض کرده‌اند. کدام یک درست عمل نکرده است؟

کوروش: گزاره: تساوی $2 \times 3 = 6$ برقرار است. نقیض گزاره: تساوی $2 \times 3 = 6$ برقرار نیست.

سارا: گزاره: مریخ کوچک‌ترین سیاره منظومه شمسی است. نقیض گزاره: مریخ بزرگ‌ترین سیاره منظومه شمسی است.

احمد: گزاره: $2 > 5$ نقیض گزاره: $2 < 5$

◆ پاسخ کوروش به درستی جمله را نقیض کرده است زیرا فعل را نفی کرده است.

سارا در نقیض کردن دچار اشتباه شده است؛ زیرا نقیض «کوچک‌ترین سیاره بودن» لزوماً بزرگ‌ترین سیاره بودن نیست. مثلاً ممکن است مریخ از نقطه نظر بزرگی از سیارات میانی منظومه شمسی باشد و این که کوچک‌ترین سیاره نیست، دلیل بزرگ‌ترین بودن نمی‌باشد.

احمد هم در نقیض کردن دچار خطا شده است؛ چون اگر « 2 بزرگ‌تر از 5 است» را بخواهیم نقیض کنیم باید بگوییم « 2 بزرگ‌تر از 5 نیست» و این در ریاضیات به معنای آن است که « 2 مساوی یا کوچک‌تر از 5 است» که به زبان ریاضی می‌شود $2 \leq 5$ (و نه $2 < 5$). بنابراین جدا از درستی یا نادرستی ارزش هر گزاره باید دقت کنیم که در نقیض کردن، تا حد ممکن تنها فعل را نفی کنیم تا دچار خطا نشویم. می‌خواهیم برای ترکیب گزاره‌های ساده و تشخیص ارزش درستی یا نادرستی آن‌ها شما با چهار رابط «و»، «یا»، «شرطی» و «دوشرطی» آشنا شوید. شناخت این رابطه‌ها در تشخیص صحت یا عدم صحت یک جمله نقش کلیدی ایفا می‌کنند.

۱. ترکیب عطفی دو گزاره

حرف رابط در ترکیب عطفی دو گزاره، حرف «و» است. در ترکیب عطفی از نماد « \wedge » بین دو گزاره استفاده می‌شود و $p \wedge q$ خوانده می‌شود: « p و q ».

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

ارزش ترکیبی عطفی دو گزاره با توجه به جدول مقابل تعیین می‌شود:

همان‌طور که می‌بینید زمانی ترکیب عطفی دو گزاره ساده ارزش درستی دارد که هر دو گزاره درست باشند و اگر یکی از گزاره‌ها و یا هر دو گزاره نادرست باشند ارزش ترکیب عطفی نادرست است.

مثال درستی ترکیب‌های عطفی زیر را بررسی کنید.

الف) عدد 200 مضرب 5 است و 4 عددی اول است.

◆ پاسخ گزاره اول درست است زیرا 200 مضرب 5 است اما گزاره دوم نادرست است زیرا 4 عددی اول نیست. پس در اینجا ارزش کل این ترکیب عطفی نادرست است زیرا:

p	q	$p \wedge q$
د	ن	ن

ب) علی دایی فوتبالیست بوده است و پروفیسور حسابی دانشمند بوده است.

◆ پاسخ گزاره اول درست و گزاره دوم نیز درست است؛ پس ارزش کل این ترکیب عطفی درست است زیرا:

p	q	$p \wedge q$
د	د	د

۲- ترکیب فصلی دو گزاره

حرف رابط در ترکیب فصلی دو گزاره حرف «یا» است. در ترکیب فصلی از نماد « \vee » بین دو گزاره استفاده می‌شود و $p \vee q$ خوانده می‌شود: « p یا q ».



ارزش ترکیب فصلی دو گزاره با توجه به جدول زیر تعیین می‌شود:

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

همان‌طور که مشاهده می‌کنید زمانی ترکیب فصلی دو گزاره ساده نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند. در واقع اگر یک گزاره در ترکیب فصلی درست باشد درست بودن ترکیب فصلی قطعی است.

مثال درستی ترکیب‌های فصلی زیر را بررسی کنید

الف) قورباغه حیوانی دوزیست است یا فیل حیوانی دوزیست است.

♦ **پاسخ** گزاره اول درست است زیرا قورباغه حیوانی دوزیست است اما گزاره دوم نادرست است زیرا فیل دوزیست نیست. بنابراین ارزش این ترکیب فصلی با توجه به درست بودن یکی از جملات درست است زیرا:

p	q	$p \vee q$
د	ن	د

ب) افلاطون نویسنده کتاب «ارغنون» است یا شمس تبریزی نویسنده کتاب «غزلیات شمس» است.

♦ **پاسخ** هر دو گزاره نادرستند زیرا نویسنده کتاب «ارغنون» ارسطو و نویسنده کتاب «غزلیات شمس» مولاناست، پس ارزش این ترکیب فصلی نادرست است زیرا:

p	q	$p \vee q$
ن	ن	ن

۳) ترکیب شرطی دو گزاره

اگر بخواهیم از گزاره p گزاره q را نتیجه بگیریم از نماد \Rightarrow استفاده خواهیم کرد. در ترکیب شرطی می‌نویسیم « $p \Rightarrow q$ » و آن را به یکی از حالت‌های زیر می‌خوانیم:

«اگر p آن‌گاه q » یا « p نتیجه می‌دهد q را» و یا « q از p نتیجه می‌شود».

مثلاً اگر p ، جمله «مثلث ABC متساوی‌الساقین است» و q ، جمله «دو ضلع مثلث ABC با هم برابر است» باشد؛ $p \Rightarrow q$ را می‌توان به یکی از شکل‌های زیر خواند:

اگر مثلث ABC متساوی‌الساقین است، آن‌گاه دو ضلع مثلث ABC با هم برابر است.

مثلث ABC متساوی‌الساقین است، نتیجه می‌دهد که دو ضلع مثلث ABC با هم برابر است.

دو ضلع مثلث ABC با هم برابر است از مثلث ABC متساوی‌الساقین است نتیجه می‌شود.

می‌بینید که هر سه گویش درستند و معانی مشابهی دارند.

ارزش گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ با توجه به جدول مقابل تعیین می‌شود:

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

مشاهده می‌فرمایید تنها زمانی ارزش یک ترکیب شرطی نادرست می‌شود که از یک گزاره درست، نتیجه‌ای نادرست به دست آید.

به بیان دیگر از گزاره‌ای درست به نتیجه‌ای درست رسیدن امری صحیح است.

از گزاره‌ای نادرست نتیجه‌ای درست یا نادرست گرفتن نیز امری ممکن و صحیح است؛ مثلاً اگر:



$2 > 5$ باشد آن گاه $5 > 1 + 2$.

یا اگر $2 > 5$ باشد آن گاه $5 > 7$.

خوب! در جمله اول از جمله‌ای نادرست، جمله‌ای نادرست به دست آمده است و این اتفاق غریبی نیست. در جمله دوم از جمله‌ای نادرست جمله‌ای درست نتیجه شده است و این اتفاق هم مقدور است. پس در هر دو جمله بالا اتفاق پیش آمده ممکن و درست است. اما هرگز نمی‌توان از جمله‌ای درست، نتیجه‌ای نادرست گرفت؛ این امر، اتفاقی غریب و امری نادرست است. در $p \Rightarrow q$ جمله اول یعنی p را مقدم و جمله دوم یعنی q را تالی می‌نامند.

همان‌طور که دیدیم اگر مقدم نادرست باشد ارزش q اهمیتی ندارد و ارزش ترکیب در هر حال درست است. مثلاً فرض کنید من بگویم «اگر مثلث متساوی‌الساقین ABC متساوی‌الاضلاع باشد آن گاه سه ضلع برابر دارد.» خوب! جمله من جمله‌ای درست است زیرا اگر مثلث ABC متساوی‌الاضلاع نباشد دیگر کسی کاری به جمله دوم ندارد یا مثلاً در زبان محاوره می‌گوییم «اگر امروز باران بیارد آن گاه من برادرم را به منزلش می‌رسانم.» خوب! حالا اگر نبارد چه شما برادرتان را برسانید و چه نرسانید کسی نمی‌گوید شما به قولتان عمل نکرده‌اید. (و تنها اگر باران بیارد و او را نرسانید به شما چپ‌چپ نگاه خواهند کرد!)

به این نکته اصطلاحاً **انتفای مقدم** می‌گویند. در واقع انتفای مقدم به این معناست که اگر مقدم نادرست باشد بدون توجه به ارزش تالی ارزش ترکیب درست است.

مثال اگر p گزاره‌ای درست، q نادرست و r نامعلوم باشد ارزش گزاره‌های زیر چیست؟

$$(p \vee q) \Rightarrow r \wedge q$$

(الف)

♦ **پاسخ** $p \vee q$ ارزشی درست دارد زیرا p درست است و $r \wedge q$ با توجه به نادرست بودن q نادرست است. پس مقدم ترکیب شرطی درست و تالی نادرست است و این یعنی ترکیب شرطی نادرست است.

$$(p \wedge q) \Rightarrow r$$

(ب)

♦ **پاسخ** $p \wedge q$ با توجه به ارزش نادرست q نادرست است و همین که مقدم ترکیب شرطی نادرست باشد؛ برای درست بودن این ترکیب شرطی به انتفای مقدم کافی است و ارزش r اصلاً اهمیتی ندارد.

جالب است بدانید در سرود ملی ژاپن قطعه‌ای با این مضمون است که: «دوران سلطنت امپراتور جاودانه باد تا آن زمان که خرده سنگ‌ها به صخره‌های بزرگ تبدیل شوند و روی آن‌ها را خزه و گل‌سنگ بپوشاند.» و این به تعبیر ریاضی یعنی اگر روزی خرده سنگ‌ها جمع شدند و به هم چسبیدند و صخره‌ای تشکیل دادند و روی آن‌ها را هم خزه و گل‌سنگ گرفت، آن گاه دوران سلطنت امپراتور به پایان برسد. در واقع سراینده شعر به ظرافت از انتفای مقدم بهره جسته است؛ چرا که هرگز این اتفاق که خرده‌سنگ‌ها صخره بزرگی تشکیل دهند و روی آن‌ها را خزه ببندد به وقوع نمی‌پیوندد؛ پس سراینده به زبان بی‌زبانی و چاپلوسی می‌گوید: سلطنت امپراتوری هرگز به پایان نرسد.

۴) ترکیب دوشروطی دو گزاره:

در مواقعی که می‌خواهیم از گزاره p گزاره q را نتیجه بگیریم و بالعکس، از نماد \Leftrightarrow استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم $p \Leftrightarrow q$ و آن را به یکی از صورت‌های « p نتیجه می‌دهد q را و q نتیجه می‌دهد p را»، «اگر p آن گاه q و اگر q آن گاه p »، «اگر p آن گاه q و برعکس»، « p شرط لازم و کافی است برای q » و « p اگر و تنها اگر q » می‌خوانیم. البته دو حالت آخر مرسوم‌تر است. در واقع $p \Leftrightarrow q$ همان $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$ می‌باشد.



مثلاً «اگر آلمان در جام جهانی اول شود آنگاه آلمان جام مسابقات را خواهد برد و اگر آلمان جام مسابقات را ببرد آنگاه آلمان در جام جهانی اول شده است.» و یا اینکه «آلمان در جام جهانی اول شود شرط لازم و کافی است برای آن که آلمان جام مسابقات را ببرد» و یا «آلمان در جام جهانی اول می شود اگر و تنها اگر جام مسابقات را برده باشد.»

جدول ارزش $p \Leftrightarrow q$ به صورت مقابل است:

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

همان طور که می بینید در ترکیب دوشرطی اگر دو گزاره هم ارزش باشند (هر دو درست یا هر دو نادرست)، ارزش ترکیب دوشرطی درست است و در غیر این صورت ارزش ترکیب دوشرطی نادرست است.

مثال با رسم جدول $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ نشان دهید ارزش نهایی، معادل ارزش ترکیب دوشرطی $(p \Leftrightarrow q)$ است.

◆ پاسخ

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

مثال ارزش هر جمله را مشخص کنید.

الف) یک چهارضلعی مربع است اگر و تنها اگر آن چهارضلعی مستطیل باشد.

◆ پاسخ اگر چهارضلعی مربع باشد حتماً چهارضلعی مستطیل هم هست (یعنی ۴ زاویه قائمه دارد) پس $p \Rightarrow q$ با توجه به هم ارزش بودن p و q ارزش درستی دارد اما اگر چهارضلعی مستطیل باشد حتماً چهارضلعی مربع نیست (زیرا ممکن است چهارضلعش برابر نباشد) پس در $q \Rightarrow p$ ، q درست و p نادرست است؛ پس ارزش $q \Rightarrow p$ نادرست است. در نتیجه ارزش ترکیب دوشرطی با توجه به $(q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q)$ نادرست است.

ب) اگر ۶ فرد است آنگاه ۱۲ عددی اول است و برعکس.

◆ پاسخ در اینجا هر دو گزاره نادرست هستند پس هم ارزشند و ترکیب دوشرطی $p \Leftrightarrow q$ درست می باشد؛ به عبارت دیگر از هر یک از جملات نادرست می توان نتیجه ای نادرست گرفت.

مثال ارزش هر گزاره مرکب زیر را تعیین کنید اگر بدانیم p نامعلوم، q درست و r نادرست است.

الف) $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow r$

◆ پاسخ از ارزش p و در نتیجه $\sim p$ بی اطلاعیم اما q درست است پس ترکیب فصلی $\sim p \vee q$ درست است. ارزش r نادرست است پس ارزش $(\sim p \vee q)$ و r یکسان نیست و این یعنی ارزش کل گزاره ترکیبی نادرست است.

ب) $\sim (p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge p) \vee (\sim p \wedge q)$



پاسخ: r نادرست است و این برای آنکه $(p \wedge r)$ نادرست باشد کافی است؛ در نتیجه $(p \wedge r) \sim$ ارزش درست خواهد داشت. در سمت راست ترکیب شرطی، درست است که از ارزش p اطلاعی نداریم اما از p یا $\sim p$ یکی درست است و با توجه به درستی q حتماً یکی از دو پراتز $(q \wedge p)$ و $(\sim p \wedge q)$ درست می‌باشد، پس ترکیب فصلی سمت راست ترکیب شرطی حتماً درست است. در نتیجه در این ترکیب شرطی دو طرف درست می‌باشند و ارزش کل ترکیب شرطی درست است.

نکته

اگر ارزش نهایی دو ترکیب مختلف در تمام حالات یکسان باشد آن دو را هم‌ارز می‌نامیم و بررسی این موضوع را با جدول‌هایی به نام جدول‌های هم‌ارزی انجام می‌دهیم. (علامت هم‌ارزی \equiv می‌باشد).

هشال هم‌ارزی‌های زیر را بررسی کنید.

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

(الف)

پاسخ: ابتدا مرحله به مرحله ارزش قسمت‌های خواسته شده در مسأله را به ازای ۴ حالت p و q بررسی می‌کنیم:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن

حالا مشاهده می‌کنیم که دو ستون p و $p \vee (p \wedge q)$ ارزش‌های کاملاً یکسانی دارند پس این دو با یکدیگر هم‌ارزند.

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv (\sim q \vee \sim p)$$

(ب)

پاسخ

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Leftrightarrow q$	$\sim q \vee \sim p$
د	د	ن	ن	د	ن
د	ن	ن	د	ن	د
ن	د	د	ن	ن	د
ن	ن	د	د	د	د

با بررسی دو ستون داخل کادر و ناهماهنگی بین آن‌ها مشخص می‌شود $p \Leftrightarrow q$ و $\sim q \vee \sim p$ هم‌ارز نیستند.

نکته

گزاره $(\sim q \Rightarrow \sim p)$ را عکس نقیض گزاره $(p \Rightarrow q)$ می‌نامیم و جالب آن است که این دو مطابق جدول زیر هم‌ارزند:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	د



این دستاورد در منطق ریاضی یکی از شاهکارهای منطق است و با کمک آن می‌توان در ادبیات، فلسفه، کلام، علوم اجتماعی و ... جملات مترادف جالبی ساخت؛ مثلاً:

در مثل‌های زیبای فارسی داریم:

خواهی نشوی رسوا هم‌رنگ جماعت شو.

به عبارت بهتر اگر خواستاری که رسوا نشوی آن‌گاه باید هم‌رنگ جماعت شوی.

خوب! اگر شاعر می‌خواست جمله‌ای دیگر معادل این شعر بگوید چه می‌توانست بگوید؟

«خواستاری که رسوا نشوی» را p و «باید هم‌رنگ جماعت شوی» را q فرض می‌کنیم. حالا باید $\sim p \Rightarrow \sim q$ را بسازیم پس داریم:

«اگر هم‌رنگ جماعت نشوی آن‌گاه خواستاری که رسوا شوی» و یا به بیان شعرگونه: «نشوی هم‌رنگ جماعت، خواهی شوی رسوا» و چه زیباست که روزی بیتی یا غزلی یا دیوانی به دست خوش‌ذوق توانایی به زبان منطق نگاشته شود!!!

نکته



هم‌ارزی‌های $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$, $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ را که با جدول قابل اثبات هستند قوانین دمورگان می‌نامند. دقت کنید علامت نقیض بیرون پرانتز در تمام ارکان داخل پرانتز اثر کرده و همه را نقیض کرده است و از آن جمله نقیض \wedge می‌باشد که \vee و نقیض \vee می‌باشد که \wedge شده است.

یکی از کاربردهای زیبای قوانین دمورگان نقیض کردن یک ترکیب عطفی یا فصلی است؛ مثلاً: نقیض جمله زیر چیست؟

ماست سفید است \vee گاو سیاه است
 p q

با توجه به $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ نقیض جمله بالا عبارتست از:

ماست سفید نیست و گاو سیاه نیست.

و یا نقیض این جمله از خیام چیست؟

روزی است خوش \wedge هوا نه گرم است \wedge و نه سرد
 p q r

پاسخ: روزی نیست خوش یا هوا گرم است یا سرد؛ به عبارت دیگر:

$$\sim(p \wedge (q \wedge r)) \equiv \sim p \vee (\sim q \vee \sim r)$$

نکته

عباراتی مانند $(p \vee \sim p)$ همواره درست هستند و آن‌ها را عبارات همیشه راستگو می‌نامیم و عباراتی مانند:

$(p \wedge \sim p)$ همیشه نادرست هستند و آن‌ها را عبارات همیشه دروغگو می‌نامیم؛ مثلاً عباراتی مانند:

۳۶ مربع کامل است یا ۳۶ مربع کامل نیست به علت درستی یکی از گزاره‌ها همواره درست می‌باشد.

۱- کدام گزاره است؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

(الف) کار شما چیست؟

(ب) عدد ۱ عددی اول است.

(پ) ارسطو شاگرد افلاطون است.

(ت) $۱۲ + ۳ \times ۵ = ۷۵$

(ث) گلابی کوچک خوشمزه‌تر از گلابی بزرگ است.

(ج) لطفاً نمره بیست بگیر.

(چ) عدد $(-۱)^{2n}$ عددی همواره مثبت است. ($n \in \mathbb{N}$)

(ح) به به چه هوایی!

۲- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

(الف) نقیض p را به شکل نمایش می‌دهند.

(ب) $p \vee q$ را دو گزاره می‌نامند.

(پ) در $p \Rightarrow q$ ، را تالی می‌نامند.

(ت) اگر ارزش در $p \Rightarrow q$ برابر باشد گزاره شرطی به انتفای مقدم دارای ارزش درست است.

۳- عبارات سمت چپ را به عبارات معادل در سمت راست وصل کنید.

q از p نتیجه می‌شود اگر p آن‌گاه q

$p \vee \sim p$ اگر p آن‌گاه q و برعکس

p شرط لازم و کافی است برای q گزاره همیشه درست

۴- پاسخ کوتاه دهید.

(الف) تعداد حالت‌های ارزشی برای ۵ گزاره چندتاست؟

(ب) نقیض گزاره «عدد ۵ عددی منفی است» چیست؟

(پ) در کدام یک از ترکیبات گزاره‌ای تنها زمانی که ارزش دو گزاره درست باشد ارزش ترکیب نیز درست خواهد بود؟

(ت) نام دیگر گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ چیست؟

۵- نقیض هر یک از گزاره‌های زیر را بنویسید.

(الف) عدد ۷ مرکب است.

(ب) بنا بر تحقیقات سال ۱۳۹۰ تعداد معتادان در خانواده‌های مرفه بیش‌تر است.

(پ) $۳ \times ۹ > ۲ \times ۱۰$

(ت) هوا بس ناجوانمردانه سرد است.

(ث) تعداد رشته‌های علوم انسانی در دانشگاه بیش‌تر از تعداد رشته‌های علوم تجربی است.

(ج) ناصر حجازی اسطوره اخلاق فوتبال ایران نیست.



۶- ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

الف) $(2+2=4) \wedge (3+2=7)$

ب) $(\pi > 0) \wedge (\pi \text{ گنگ است})$

پ) $(2+2=4) \vee (3+2=7)$

ت) (مربع‌ها ۵ ضلعی هستند) \vee (مستطیل مربع است)

۷- درستی یا نادرستی هر گزاره را تعیین کنید. انتقای مقدم در ارزش‌گذاری کدام قسمت‌ها به کار آمده است؟

الف) اگر $2^3 = 6$ آن‌گاه ۵ اول است.

ب) اگر $4^2 = 2^2$ آن‌گاه $3^2 = 2^3$.

پ) اگر $3^2 = 9$ آن‌گاه $2^3 = 8$.

ت) اگر اولین فیلم سینمای ایران «دختر لر» است، آن‌گاه سینمای ایران هرگز جایزه اسکار نبرده است.

ث) اگر سال میلادی با فوریه آغاز می‌شود سال هجری شمسی با اردیبهشت آغاز می‌گردد.

۸- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر معدل چند درس ۱۸ شود آن‌گاه تمام آن درس‌ها ۱۸ بوده‌اند و برعکس.

ب) اگر مثلثی متساوی‌الساقین است، آن‌گاه دو زاویه مجاور قاعده مثلث با هم برابرند و برعکس.

پ) اگر پروفسور حسابی دانشمندی ایرانی است آن‌گاه $1 = 5^\circ$ و برعکس.

ت) اگر آرامگاه ابن سینا در شیراز است آن‌گاه آرامگاه حافظ در همدان است.

ث) اگر علامت ترکیب فصلی \vee است آن‌گاه علامت ترکیب شرطی \Rightarrow است.

۹- هر جمله به کدام ترتیب گزاره‌ای اشاره می‌کند؟

الف) اگر حداقل یکی از دو گزاره اشتباه باشد ترکیب گزاره نادرست است:

ب) اگر گزاره اول نادرست باشد ترکیب گزاره همواره درست است:

پ) اگر دو گزاره هم‌ارزش باشند ترکیب گزاره همواره درست است: و

۱۰- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای نامعلوم باشد، ارزش هر یک از گزاره‌های زیر را در صورت

امکان مشخص کنید. (اگر ارزش ترکیب به r بستگی دارد آن را مشخص کنید).

الف) $(p \vee r) \Rightarrow q$

ت) $(r \vee q) \Rightarrow p$

ب) $(q \Leftrightarrow p) \wedge r$

ث) $(\sim q \vee p) \Rightarrow \sim p$

پ) $(q \Rightarrow p) \wedge r$

ج) $(r \vee \sim r) \Leftrightarrow \sim q$

۱۱- در عبارتی بنویسید که ارزش سه جمله اول درست و ارزش سه جمله بعدی نادرست شود.

الف) اگر کتاب «مدیر مدرسه» را جلال آل احمد نوشته است آن‌گاه

ب) خدا یکی است اگر و تنها اگر

پ) بیش‌تر بودن برف خانه، از نتیجه می‌شود. (به یاد آورید که «اگر p آن‌گاه q » نام دیگر « q از p نتیجه می‌شود» است).

ت) شرط لازم و کافی برای آنکه اجتماع نقیض محال باشد آن است که

ث) ایران همسایه چین است اگر و تنها اگر

و) اگر آن‌گاه ۲۵ مربع کامل نیست.

درست نادرست

درست نادرست

درست نادرست

درست نادرست

درست نادرست



۱۲- جدول ارزش گزاره‌های زیر را ترسیم کنید.

الف) $\sim p \Rightarrow p$

ب) $p \Leftrightarrow \sim q$

پ) $p \vee \sim q$

ت) $\sim p \Rightarrow \sim q$

۱۳- جدول ارزش گزاره‌های زیر را تشکیل دهید.

الف) $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$

ب) $((\sim p \wedge q) \vee q) \Leftrightarrow p$

پ) $(q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r)$

ت) $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow \sim r$

۱۴- با کمک جدول ارزش‌ها، درستی هم‌ارزی‌های زیر را ثابت کنید.

الف) $(p \Leftrightarrow q) \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$

ب) $p \Rightarrow q \equiv (q \vee \sim p)$

پ) $q \vee (p \wedge q) \equiv q$

ت) $(r \vee \sim r) \equiv T$ (T = True = درست)

ث) $(p \wedge q) \wedge (p \wedge \sim q) \equiv F$ (F = False = نادرست)

۱۵- الف) ابتدا هم‌ارزی زیر را ثابت کنید.

$\sim(p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

ب) با کمک هم‌ارزی بالا توضیح دهید که نقیض پشت یک پرانتز با ترکیب عطفی چگونه عمل می‌کند؟

پ) اگر نویسنده جمله زیر می‌خواست نقیض این جمله را بگوید باید چه می‌گفت؟

«آن که داند و نداند که بداند»

می‌توانید جمله را برای سهولت چنین در نظر بگیرید:

«آن که داند و از دانایش خبر ندارد»

ت) با توجه به عبارت $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$ نقیض جمله زیر را به فارسی روان بنویسید.

مرا رها کن یا خود را فدا کن.

۱۶- می‌دانیم که $(\sim q) \Rightarrow (\sim p)$ عکس نقیض $p \Rightarrow q$ نام دارد و این دو با هم هم‌ارزند.

در جملات زیر $p \Rightarrow q$ داده شده است؛ شما معادل این جملات (عکس نقیضشان) را به زبان فارسی روان بنویسید. (تغییر

محدود در شکل جملات یا افعال مهم نیست.)

الف) اگر بسی رنج بردم در این سال سی آن‌گاه عجم زنده کردم بدین پارسی

ب) اگر روی به بالا آن‌گاه برسان سلام ما را.

پ) اگر رییسعلی دلواری در مقابل انگلیسی‌ها نمی‌ایستاد، آن‌گاه غیرت ایرانی فراموش می‌شد.

ت) گر دست فتاده‌ای را بگیری (آن‌گاه) مردی

ث) اگر من جای خدا بودم آن‌گاه دنیا را با تمام خوبی و زشتی به یکباره وارونه می‌کردم.

ج) اگر یک روز بروی سفر و بروی از پیشم بی‌خبر آن‌گاه اسیر رویاها می‌شوم.



۱۷- پاسخ دهید.

- (الف) در جمله «گر دست فتاده‌ای را بگیری آن‌گاه مردی»، مقدم و تالی را مشخص کنید.
 (ب) اگر مخاطب دست فتاده‌ای را نگیرد آیا در درستی این عبارت شرطی تأثیری دارد؟!
 (پ) در منطق به این اصل جالب چه می‌گویند؟

۱۸- دو نام دیگر برای هر یک از عبارات زیر به زبان فارسی بنویسید.

- (الف) اگر p آن‌گاه q .
 (ب) اگر ۱۱ عددی اول است آن‌گاه ۶ فرد است.
 (پ) p نتیجه می‌دهد q را و q نتیجه می‌دهد p را.
 (ت) خوب بودن تو شرط لازم و کافی برای خوب بودن دیگران است.

۱۹- جملات زیر را به صورت نمادهای منطقی نمایش دهید.

- (الف) اگر مولانا عاشق شمس نمی‌شد و کتاب «غزلیات شمس» را نمی‌نوشت آن‌گاه ما زیباترین غزل عارفانه پارسی را از دست داده بودیم.
 (ب) اگر x عددی طبیعی است و اول نیست آن‌گاه x عدد ۱ است یا x عددی مرکب است.
 (پ) اگر A زیرمجموعه B باشد و B زیرمجموعه A باشد آن‌گاه A مساوی B است.
 (ت) اگر خانم فرجی فصل ۳ این کتاب را نمی‌نوشت یا آقای نام‌آوری فصل ۲ این کتاب را نمی‌نوشت یا آقای بناپور فصل ۱ این کتاب را نمی‌نوشت آن‌گاه اثری از این کتاب نبود.
 (ث) اگر آشپز دو تا شود آن‌گاه آش یا شور می‌شود یا بی‌نمک.

۲۰- پاسخ دهید.

- جمله «اگر a بر b عمود باشد و b بر c عمود باشد آن‌گاه a با c موازی است» را با فرض زیر به زبان منطق بنویسید و درستی آن را با فرض درستی p و q بررسی کنید.
 $a : p$ بر b عمود است.
 $b : q$ بر c عمود است.
 $a : r$ با c موازی است.

۲۱- از زیبایی‌های شگفتی‌ساز منطق ریاضی، کاربرد استثنایی آن در قضاوت، برقراری عدالت و تحقیقات پلیسی است. برای

آشنایی شما عزیزان با این افق جدید سؤال زیر طراحی شده است:

- ملیکا، روژین و ساقی که متهم به تقلب در مواد غذایی هستند به شرح ذیل در دادگاه شهادت داده‌اند:
 ملیکا: روژین مقصر است و ساقی بی‌تقصیر است.
 روژین: اگر ساقی مقصر است ملیکا هم مقصر است.
 ساقی: من بی‌تقصیرم و ملیکا یا روژین مقصر است.

گزاره‌های: «ملیکا بی‌تقصیر است»، «روژین بی‌تقصیر است» و «ساقی بی‌تقصیر است» را به ترتیب p ، q و r بنامید و مثلاً «روژین مقصر است» را نقیض «روژین مقصر نیست» در نظر بگیرید.

(الف) جدول مشترک ارزش سه شهادت را تنظیم کنید.

(ب) اگر هر سه شاهد بی‌تقصیر باشند چه کسانی شهادت دروغ داده‌اند؟

(پ) اگر متوجه شدیم هر سه نفر شهادت راست داده‌اند و یک نفر مقصر است آن یک نفر کیست؟

(ت) اگر فرد مقصر شهادت دروغ و آنان که مقصر نیستند شهادت راست داده باشند چه کسی مقصر بوده است؟



۱- اگر گزاره‌ای دلخواه و q گزاره‌ای نادرست باشد کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(۱) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ (۲) $(q \Rightarrow p) \Rightarrow r$

(۳) $(\sim q \wedge p) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ (۴) $(\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow (p \wedge q)$

۲- در مورد گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ کدام جمله درست است؟

- (۱) گزاره‌ای همیشه درست است. (۲) گزاره‌ای همیشه نادرست است.
 (۳) ارزش گزاره به ارزش p بستگی دارد. (۴) ارزش گزاره به ارزش q بستگی دارد.

۳- نقیض گزاره $p \vee q$ کدام است؟

(۱) $\sim p \vee q$ (۲) $\sim p \vee \sim q$ (۳) $\sim p \wedge \sim q$ (۴) $p \wedge q$

۴- اگر گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $\sim p \Rightarrow q$ درست باشند کدام گزاره درست است؟

(۱) p (۲) $\sim p$ (۳) q (۴) $\sim q$

۵- گزاره $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$ هم‌ارز کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

(۱) $p \wedge q$ (۲) $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$ (۳) $\sim (p \wedge q)$ (۴) $(p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$

۶- کدام یک گزاره است؟

- (۱) شیخ بهایی در بعلبک لبنان به دنیا آمد. (۲) x عددی طبیعی است.
 (۳) زبان انگلیسی مهم‌ترین درس دوران تحصیل است. (۴) نگاه نافذی دارد؟

۷- کسی گفته است: «اگر امروز برف بیارد آن‌گاه فردا به مسافرت خواهیم رفت» و ما می‌دانیم که امروز برف نیامده است. ارزش گزاره ترکیبی گفته شده چیست و به این منظور از چه اصلی استفاده می‌کنیم؟

(۱) درست - انتفای مقدم (۲) نادرست - عکس نقیض

(۳) فقط اگر فردا به مسافرت نرود درست است - انتفای مقدم (۴) فقط اگر فردا به مسافرت برود درست است - عکس نقیض

۸- ارزش کدام جمله نادرست است؟

- (۱) اگر $y = x + 5$ معادله یک خط است آن‌گاه لوزی ۴ ضلعی است.
 (۲) دوغ سیاه است یا شترمرغ پرنده است.
 (۳) $\frac{1}{3}$ کسری بزرگ‌تر از واحد است اگر و تنها اگر خربزه از لبنیات است.
 (۴) تمام پروفیسورها ریش دارند و کله‌پاچه چرب است.

۹- کدام نادرست است؟

- (۱) در $p, q \Rightarrow p$ را تالی می‌نامند.
 (۲) $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ قانون دمورگان نام دارد.
 (۳) $p \Rightarrow q$ را به صورت p شرط لازم و کافی برای q می‌خوانند.
 (۴) $\sim p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow p$ هم‌ارز $p \Leftrightarrow q$ است.

۱۰- کدام جمله معادل ضرب‌المثل «اگر نفرین گیرا بود، به معلم زنده نمی‌موند!» است؟

- (۱) اگر به معلم زنده نمی‌موند نفرین گیرا بود! (۲) اگر نفرین گیرا بود یک معلم زنده نمی‌موند!
 (۳) اگر به معلم زنده می‌موند نفرین گیرا نبود! (۴) اگر نفرین گیرا نبود به معلم زنده می‌موند!



پاسخ پرسش‌های تشریحی

۲۰

۱- فقط قسمت‌های ب، پ، ت، چ گزاره‌اند.

۲- الف) $\sim p$ (ب) ترکیب فصلی (پ) q (ت) p ، نادرست

۳- q از p نتیجه می‌شود \longrightarrow اگر p آن‌گاه q

$p \vee \sim p$ اگر p آن‌گاه q و برعکس

p شرط لازم و کافی است برای q گزاره همیشه درست

۴- الف) $۳۲ = ۲۵$ (ب) x منفی نیست (و نه x مثبت است)

(پ) ترکیب عطفی (ت) ترکیب دوشروطی

۵- الف) عدد مرکب نیست.

(ب) بنا بر تحقیقات سال ۱۳۹۰ تعداد معتادان در خانواده‌های مرفه بیشتر نیست.

(پ) $۳ \times ۹ \leq ۲ \times ۱۰$

(ت) هوا بس ناجوانمردانه سرد نیست.

(ث) تعداد رشته‌های علوم انسانی در دانشگاه بیش‌تر از تعداد رشته‌های علوم تجربی نیست.

(ج) ناصر حجازی اسطوره اخلاق فوتبال ایران است.

۶- الف) $n = n \wedge ۸$ (ب) $d = d \wedge ۸$ (پ) $d = n \vee d$ (ت) $n = n \vee n$

۷- الف) درست: $d \Rightarrow n$ (انتفای مقدم)

(ب) نادرست $n \Rightarrow d$

(پ) درست $d \Rightarrow d$

(ت) نادرست $n \Rightarrow d$

(ث) درست $n \Rightarrow n$ (انتفای مقدم)

۸- الف) نادرست (ب) درست (پ) درست (ت) درست (ث) درست

۹- الف) ترکیب عطفی (ب) ترکیب شرطی (پ) ترکیب شرطی و ترکیب دوشروطی

۱۰-

الف) $(p \vee r) \Rightarrow q$ نادرست

$n \Rightarrow d$

ب) $(q \Leftrightarrow p) \wedge r$ نادرست

n

پ) نامعلوم (بستگی به r دارد) $(q \Rightarrow p) \wedge r$

n

ت) درست $(r \vee q) \Rightarrow p$

n

ث) نادرست $(\sim q \vee p) \Rightarrow \sim p$

n

ج) درست $(r \vee \sim r) \Leftrightarrow \sim q$

n