



پایه

دوره اول متوسطه

ریاضی مدرسه

- آموزش ساده و روان
- سؤال‌های امتحانی با پاسخ
- سؤال‌های امتحانی بدون پاسخ
- تمرین‌های طبقه‌بندی شده

فهرست مطالب

۶	فصل ۱ - راهبردهای حل مسئله
۸	درس اول: راهبرد رسم شکل
۱۱	درس دوم: راهبرد الگوسازی
۱۴	درس سوم: راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
۱۷	درس چهارم: راهبرد الگویابی
۲۰	درس پنجم: راهبرد حدس و آزمایش
۲۳	درس ششم: راهبرد زیرمسئله
۲۶	درس هفتم: راهبرد حل مسئله ساده‌تر
۲۹	درس هشتم: راهبرد روش‌های نمادین
۳۲	فصل ۲ - عددهای صحیح
۳۳	درس اول: معرفی عددهای علامت‌دار
۴۳	درس دوم: جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)
۵۲	درس سوم: جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)
۶۰	درس چهارم: ضرب و تقسیم عددهای صحیح
۷۱	فصل ۳ - جبر و معادله
۷۲	درس اول: الگوهای عددی
۷۹	درس دوم: عبارتهای جبری
۸۸	درس سوم: مقدار عددی یک عبارت جبری
۹۵	درس چهارم: معادله
۱۰۴	فصل ۴ - هندسه و استدلال
۱۰۵	درس اول: روابط بین پاره‌خطها
۱۱۷	درس دوم: روابط بین زاویه‌ها
۱۳۵	درس سوم: تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)
۱۴۷	درس چهارم: شکل‌های مساوی (هم‌نهشت)

۱۵۶	فصل ۵ - شمارنده‌ها و اعداد اول
۱۵۷	درس اول: عدد اول
۱۶۷	درس دوم: شمارنده اول
۱۷۴	درس سوم: بزرگ‌ترین شمارنده مشترک
۱۸۲	درس چهارم: کوچک‌ترین مضرب مشترک
۱۹۳	فصل ۶ - سطح و حجم
۱۹۴	درس اول: حجم‌های هندسی
۲۰۳	درس دوم: محاسبه حجم‌های منشوری
۲۱۲	درس سوم: مساحت جانبی و کل
۲۲۴	درس چهارم: حجم و سطح
۲۳۰	فصل ۷ - توان و جذر
۲۳۱	درس اول: تعریف توان
۲۴۲	درس دوم: محاسبه عبارت توان‌دار
۲۵۲	درس سوم: ساده‌کردن عبارت‌های توان‌دار
۲۶۳	درس چهارم: جذر و ریشه
۲۷۴	فصل ۸ - بردار و مختصات
۲۷۵	درس اول: پاره‌خط جهت‌دار
۲۸۳	درس دوم: بردارهای مساوی و قرینه
۲۸۹	درس سوم: مختصات
۳۰۱	درس چهارم: بردار انتقال
۳۱۶	فصل ۹ - آمار و احتمال
۳۱۷	درس اول: جمع‌آوری و نمایش داده‌ها
۳۲۶	درس دوم: نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها
۳۳۸	درس سوم: احتمال یا اندازه‌گیری شانس
۳۵۱	درس چهارم: احتمال و تجربه

۱

فصل

راهبردهای حل مسئله

- راهبرد رسم شکل
- راهبرد الگوسازی
- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- راهبرد الگویابی
- راهبرد حدس و آزمایش
- راهبرد زیرمسئله
- راهبرد حل مسئله ساده‌تر
- راهبرد روش‌های نمادین



هگونه مسئله را حل کنیم؟

هرگاه بخواهیم کاری را انجام دهیم ولی نتوانیم به نتیجه موردنظر برسیم، مسئله ایجاد می‌شود. مسئله و تلاش برای حل آن جزئی از زندگی است. حل مسئله از مفاهیم اصلی در ریاضیات است و بایستی ریاضی با حل مسئله آموزش داده شود. برای حل یک مسئله باید مراحل زیر را طی کنیم.

مرحله اول: فهمیدن مسئله

فهمیدن مسئله یعنی اطلاعات داده شده و خواسته‌های مسئله را تشخیص دهیم و ارتباط بین آنها را درک کنیم. فهمیدن مسئله بخش اصلی فرآیند حل مسئله است. اغلب دانش‌آموزان در درک مطلب عبارتهای صورت مسئله، اشکال دارند. بنابراین مسئله را نمی‌فهمند و نمی‌توانند آن را حل کنند. برای فهم بهتر یک مسئله می‌توانیم کارهای زیر را انجام دهیم:

- ۱- اطلاعات داده شده مسئله را مشخص کنیم.
- ۲- خواسته‌های مسئله را مشخص کنیم.
- ۳- مسئله را به صورت خلاصه بیان کنیم.
- ۴- مسئله را با زبان و بیان خود توضیح دهیم.
- ۵- مسئله را به صورت نمایش اجرا کنیم.
- ۶- مسئله را با شکل‌ها و یا اشیاء مدل‌سازی کنیم.

مرحله دوم: انتخاب راهبرد مناسب

یعنی یک روش یا راه حل مناسب برای حل مسئله پیدا کنیم و با مرور راهبردها تشخیص دهیم که کدام یک برای حل مسئله مناسب‌تر است. گاهی در این مرحله مجبور می‌شویم به مرحله اول برگردیم تا بتوانیم یک راه حل مناسب پیدا کنیم. راهبردهای حل مسئله عبارت‌اند از:

- ۱- راهبرد رسم شکل
- ۲- راهبرد الگوسازی
- ۳- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- ۴- راهبرد الگویابی
- ۵- راهبرد حدس و آزمایش
- ۶- راهبرد زیرمسئله
- ۷- راهبرد حل مسئله ساده‌تر
- ۸- راهبرد روش‌های نمادین

مرحله سوم: حل مسئله

یعنی با راهبرد مشخص شده مسئله را حل کنیم. اگر با راهبرد مشخص شده نتوانیم مسئله را حل کنیم، به مرحله دوم برگشته و راهبرد مناسب دیگری را تعیین می‌کنیم. شاید مجبور شویم برای توجه بیشتر به نکته‌ها و بخش‌هایی از مسئله به مرحله اول برگردیم.

مرحله چهارم: بازگشت به عقب

یعنی راهبرد، راه حل و پاسخ را با مشخصات مسئله مطابقت دهیم. برای این منظور می‌توان موارد زیر را بررسی کرد.

- ۱- آیا پاسخ مسئله منطقی است؟
- ۲- آیا پاسخ به دست آمده همان خواسته مسئله است؟
- ۳- آیا عملیات درست انجام شده است؟
- ۴- آیا مراحل مسئله به درستی انجام گرفته است؟
- ۵- آیا شرایط موردنظر مسئله با پاسخ مطابقت دارد؟

اکنون با راهبردهای حل مسئله و راه‌های فکر کردن در مورد مسئله آشنا می‌شوید.

در آموزش هر راهبرد توجه کنید که مسئله‌های داده شده را فقط با همان راهبرد حل کنید تا با هر راهبرد به طور کامل آشنا شوید. پس از آشنایی با همه راهبردها، برای حل یک مسئله می‌توانید از هر راهبردی که مایل هستید، مسئله را حل کنید. به این ترتیب یک مسئله را می‌توانید با راهبردهای متفاوت حل کنید.

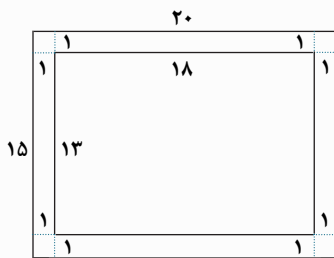


آموزش

بهترین شروع برای حل برخی از مسائل کشیدن شکل مناسب است. رسم شکل به فهم بهتر مسئله و پیدا کردن راه حل آن کمک می کند. گاهی می توان مسئله را با کشیدن شکل مناسب به طور کامل حل نمود و یا راه حل درست آن را پیدا کرد. البته لزومی ندارد که جزئیات شکل یا تصویر کشیده شود، بلکه یک تصویر کلی و رسم مواردی که در مسئله ضروری است، کفایت می کند.

مثال ۱: عکس تولد مریم به ابعاد ۱۳ و ۱۸ سانتی متر است. او عکس را درون قابی قرار می دهد، به طوری که لبه های عکس تا لبه های بیرونی قاب یک سانتی متر فاصله دارد. محیط لبه های قاب عکس چند سانتی متر است؟

پاسخ: ابتدا یک مستطیل به عرض ۱۳ سانتی متر و طول ۱۸ سانتی متر رسم می کنیم. دور آن به فاصله یک سانتی متر از هر ضلع خط می کشیم. یک مستطیل جدید به وجود می آید که همان قاب عکس است و سپس طول و عرض مستطیل جدید یا قاب عکس را به دست می آوریم.



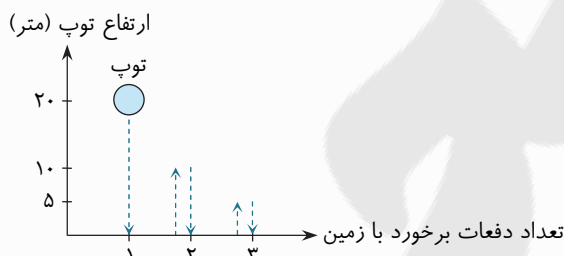
$$\text{سانتی متر } 20 = 18 + 1 + 1 = \text{طول قاب عکس}$$

$$\text{سانتی متر } 15 = 13 + 1 + 1 = \text{عرض قاب عکس}$$

$$\text{سانتی متر } 70 = 2 \times (20 + 15) = 2 \times 35 = 2 \times 35 = \text{محیط قاب عکس}$$

بنابراین محیط لبه های قاب عکس ۷۰ سانتی متر است.

مثال ۲: توپی از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین رها می شود و پس از زمین خوردن نصف ارتفاع قبلی خود بالا می آید. این توپ، از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه ای که به زمین می خورد، چند متر حرکت کرده است؟



$$\text{پاسخ: با توجه به شکل می توان نوشت: } 20 + 10 + 5 + 2.5 = 37.5$$

بنابراین این توپ ۳۷٫۵ متر حرکت کرده است.

مثال ۳: سعید مقداری پول دارد. او نصف پولش را به رضا و یک چهارم باقی مانده را به حمید می دهد و برای خودش ۱۵۰۰ تومان باقی می ماند. سعید در ابتدا چقدر پول داشته است؟

پاسخ: ابتدا یک مستطیل می کشیم و آن را به دو قسمت تقسیم می کنیم، نصف آن را سهم رضا قرار می دهیم و نصف دیگر را به چهار قسمت تقسیم کرده و یک قسمت آن را سهم حمید در نظر می گیریم و $\frac{3}{4}$ باقی مانده از این نصف را ۱۵۰۰ تومان در نظر می گیریم و داریم:

سهم حمید	۵۰۰	۵۰۰	۵۰۰	سهم رضا
کل پول سعید				

$$1500 \div 3 = 500$$

تومان ۵۰۰ = سهم هر قسمت

$$1500 + 500 = 2000 \text{ نصف پول سعید}$$

$$\text{تومان } 4000 = 2 \times 2000 = \text{کل پول سعید}$$

سؤال‌های امتحانی با پاسخ

۱- استخر مستطیلی شکلی به ابعاد ۱۳ و ۹ متر داریم. می‌خواهیم دور این استخر را به فاصله ۲ متر از لبه‌ها طناب‌کشی کنیم. چند متر طناب استفاده خواهد شد؟

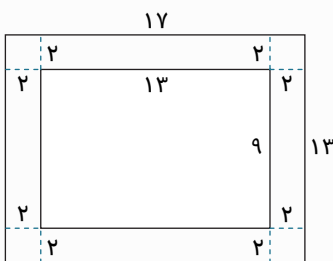
۲- نرگس عکس تولدش که ابعاد آن ۱۰ و ۱۵ سانتی‌متر است را درون قابی به ابعاد ۱۶ و ۲۴ سانتی‌متر قرار داده است. شیشه قاب عکس دقیقاً اندازه عکس می‌باشد. مساحت لبه‌های قاب عکس چند سانتی‌متر مربع است؟

۳- حلزونی پایین درخت ۸ متری قرار دارد. اگر هر روز ۲ متر به طرف بالا حرکت کند و هنگام شب ۵/۰ متر به سمت پایین لیز بخورد، این حلزون روز چندم به بالای درخت می‌رسد؟

۴- $\frac{1}{4}$ ظرفی پر از آب است. اگر ۳۰ لیتر دیگر آب به آن اضافه شود، فقط $\frac{1}{8}$ ظرف خالی خواهد ماند. ظرفیت کل این ظرف چند لیتر است؟

۵- آیا دو کسر $\frac{3}{8}$ و $\frac{6}{8}$ باهم مساوی‌اند؟ با رسم شکل نشان دهید.

پاسخ سؤال‌های امتحانی



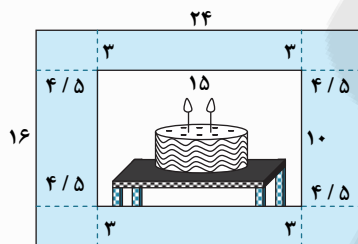
۱- ابتدا مستطیلی به طول ۱۳ متر و عرض ۹ متر رسم می‌کنیم و طول آن را از دو طرف به اندازه ۲ متر و عرض آن را نیز از هر طرف به اندازه ۲ متر ادامه می‌دهیم. مانند شکل فرضی مقابل:

$$\text{متر طول مستطیل جدید} = 13 + 2 + 2 = 17$$

$$\text{متر عرض مستطیل جدید} = 9 + 2 + 2 = 13$$

بنابراین به ۶۰ متر طناب نیاز داریم. $\text{متر محیط مستطیل جدید} = (17 + 13) \times 2 = 30 \times 2 = 60$

۲- باتوجه به رسم شکل فرضی مقابل، داریم:



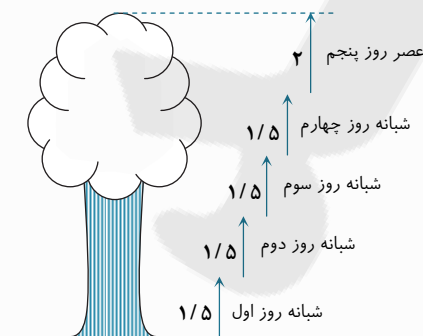
$$\text{سانتی‌متر مربع قاب} = 15 \times 15 = 225$$

$$\text{سانتی‌متر مربع کل قاب} = 24 \times 24 = 576$$

$$\text{سانتی‌متر مربع} = 576 - 225 = 351 \text{ (قسمت رنگی)}$$

$$1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 2 = 8 \quad 3$$

بعد از پایان روز پنجم به بالای درخت می‌رسد.



۴- باتوجه به اطلاعات مسئله شکل مقابل را رسم می کنیم.

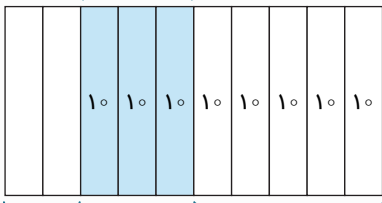
ابتدا مخرج ها را یکی می کنیم.

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} \rightarrow \text{نصف ظرف}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} \rightarrow \text{قسمت خالی مانده}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{30}{10} = \frac{30 \times 30}{10} = \frac{300}{10} = 30 \text{ لیتر}$$

$$30 \div 3 = 10 \text{ آب ریخته شده}$$

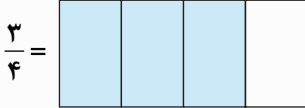


$$\frac{3}{10} \text{ ظرف}$$

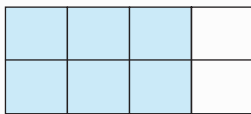
$$\frac{1}{2} \text{ ظرف}$$

۵- باتوجه به شکل های رسم شده مشاهده می شود که قسمت رنگ شده در هر دو شکل باهم برابر است.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \text{ می باشد. پس}$$



$$\frac{3}{4} =$$



$$\frac{6}{8} =$$

سؤال های امتحانی بدون پاسخ

۱- توپی را از ارتفاع ۳۶ متری سطح زمین رها می کنیم. این توپ پس از برخورد به زمین به اندازه $\frac{1}{3}$ مسیر قبلی به بالا برمی گردد. حساب کنید

در لحظه برخورد سوم این توپ با زمین، توپ چه مسافتی را طی کرده است؟ (کرج، ناحیه یک، دبیرستان حضرت علی (ع) - خرداد ۹۷)

۲- رضا $\frac{1}{4}$ پولش را کتاب و $\frac{1}{3}$ بقیه را دفتر خرید. اگر ۲۴۰۰ تومان برایش باقی مانده باشد، کل پول رضا چند تومان است؟

(خراسان جنوبی، بیرجند، دبیرستان شاهد - خرداد ۹۷)

۳- رضا یک سنگ را روی آب پرتاب می کند. سنگ بعد از چهار بار پرش از روی آب، به داخل آب می افتد. اگر در هر پرش، سنگ نصف پرش قبلی

خود را جلو برود و آخرین پرش سنگ $\frac{5}{10}$ متر باشد، از اولین نقطه برخورد سنگ تا افتادن در آب چه مسافتی طی شده است؟

(خوزستان، اندیمشک، دبیرستان شهدا - خرداد ۹۷)

۴- حسین برای خرید از فروشگاه وارد پارکینگ شد و ماشین را در دو طبقه پایین تر از همکف پارک کرد. ابتدا برای خرید پیراهن ۵ طبقه بالا، بعد

برای خرید کفش ۲ طبقه پایین و سپس برای نوشیدن نسکافه ۷ طبقه بالا رفت. حسین چند طبقه بالا یا پایین برود تا به ماشین خود برسد؟

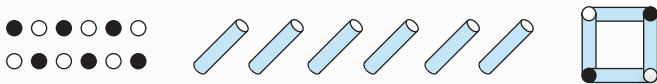
۵- پول سما و سارینا برابر است. با رسم شکل نشان دهید، اگر سما $\frac{4}{8}$ و سارینا $\frac{3}{8}$ از پول خود را خرج کنند، کدام یک پول بیشتری خواهند داشت؟

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	

آموزش

گاهی برای حل یک مسئله حالت‌های متفاوتی وجود دارد. منظم نوشتن حالت‌های ممکن یا راه‌حل مسئله به‌طور منطقی به ما کمک می‌کند تا همه حالت‌ها را در نظر بگیریم و حالتی از قلم نیفتد. برای این منظور می‌توان از جدول استفاده کرد. این راهبرد برای نوشتن تمام پاسخ‌های ممکن برای مسئله و دسته‌بندی کردن و نظم دادن به تعداد زیادی داده و همچنین مشخص شدن رابطه داده‌ها و بخش‌هایی از راه‌حل بسیار مؤثر است.

مثال ۱: حسین با قطعه‌های چوبی و گلوله‌هایی به رنگ‌های سفید و سیاه می‌خواهد تعدادی کاردستی مانند شکل زیر بسازد. باتوجه به رنگ



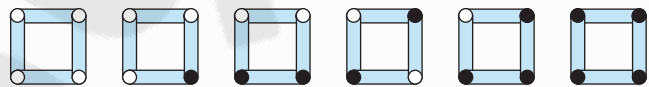
گلوله‌ها، او چند نوع متفاوت از این کاردستی‌ها می‌تواند بسازد؟

تعداد سفید	تعداد سیاه	گلوله ۱	گلوله ۲	گلوله ۳	گلوله ۴
۴	۰	سفید	سفید	سفید	سفید
۳	۱	سفید	سفید	سفید	سیاه
۲	۲	سفید	سفید	سیاه	سیاه
۲	۲	سفید	سیاه	سفید	سیاه
۱	۳	سفید	سیاه	سیاه	سیاه
۰	۴	سیاه	سیاه	سیاه	سیاه

پاسخ: تمام حالت‌های ممکن برای چهار گلوله را می‌نویسیم.

توجه کنید که حالت‌های تکراری نوشته نشود.

باتوجه به جدول، حسین به شش حالت می‌تواند کاردستی درست کند.



مثال ۲: با رقم‌های ۴، ۳ و ۷ تمام عددهای سه‌رقمی ممکن را بنویسید. (در عددها می‌تواند رقم‌های تکراری هم باشد)

صدگان	دهگان	یکان
۴	۳	۷
۴	۷	۳
۴	۳	۳
۴	۴	۷
۴	۷	۴
۴	۳	۴
۴	۴	۳
۴	۷	۷
۴	۴	۴

پاسخ: ابتدا صدگان را عدد ۴ قرار می‌دهیم و طبق جدول مقابل می‌بینیم که اگر صدگان ۴ باشد، حالت ۹ یا عدد سه‌رقمی می‌توانیم بنویسیم. حال اگر صدگان ۳ باشد، به همان ترتیب ۹ حالت دیگر هم داریم و در آخر با صدگان ۷ هم ۹ حالت خواهیم داشت. پس در کل ۲۷ یا ۲۷ عدد سه‌رقمی با تکرار رقم‌ها می‌توان نوشت.

$$\square + \triangle = 20$$

مثال ۳: اگر به جای \square و \triangle عدد طبیعی قرار گیرد، به چند حالت عبارت مقابل برقرار است؟

در کدام حالت $\square \times \triangle$ بیشترین مقدار است؟

\square	\triangle	حاصل ضرب	\square	\triangle	حاصل ضرب
۱	۱۹	۱۹	۶	۱۴	۸۴
۲	۱۸	۳۶	۷	۱۳	۹۱
۳	۱۷	۵۱	۸	۱۲	۹۶
۴	۱۶	۶۴	۹	۱۱	۹۹
۵	۱۵	۷۵	۱۰	۱۰	۱۰۰

پاسخ: تمام حالت‌هایی که حاصل جمع دو عدد طبیعی برابر با ۲۰ می‌شود را در جدول می‌نویسیم. چون اعداد باید طبیعی باشند، از عدد ۱ شروع می‌کنیم و در هر مرحله دومین عدد را طوری انتخاب می‌کنیم که عبارت برقرار باشد. به ۱۰ حالت عبارت برقرار است و در حالتی که هر دو عدد طبیعی برابر با ۱۰ باشند، حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار است.

در جدول بالا، اگر اعداد بزرگ‌تر از ۱۰ را انتخاب کنیم، حالت‌های تکراری به وجود می‌آید.

سؤال‌های امتحانی با پاسخ

۱- تعداد اعداد فرد در مجموعه {۵۱ و ۰ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱} را به دست آورید.

۲- دو عدد طبیعی بنویسید که حاصل ضربشان ۳۶ و مجموعشان کمترین مقدار باشد.

۳- با اسکناس‌های ۵۰۰ و ۱۰۰۰ تومانی به چند حالت می‌توان ۴۵۰۰ تومان را درست کرد؟

۴- با انگشتان دو دست به چند طریق می‌توان عدد ۵ را نشان داد؟ (برای نشان دادن هر عدد با یک دست از یک حالت استفاده شود)

۵- دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضربشان ۳۲ و حاصل جمع آنها بیشترین مقدار ممکن باشد. (تهران، منطقه ۱۷، دبیرستان پیرنظر - خرداد ۹۷)

۶- با سه رقم ۶، ۰ و ۸ تمام عددهای سه‌رقمی ممکن را بنویسید. (بدون تکرار رقم‌ها)

پاسخ سؤال‌های امتحانی

۱- اگر اعداد فرد ۱ تا ۱۰ را بنویسیم داریم: {۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹} و ملاحظه می‌شود ۵ عدد فرد وجود دارد. اگر اعداد فرد ۱۰ تا ۲۰ را بنویسیم، خواهیم دید: {۱۱ و ۱۳ و ۱۵ و ۱۷ و ۱۹} ملاحظه می‌شود ۵ عدد فرد وجود دارد و به همین ترتیب خواهیم دید که بین ۲۰ تا ۳۰ نیز ۵ عدد فرد وجود دارد. پس در نوشتن اعداد فرد ۱ تا ۵۰ تعداد اعداد فرد برابر با $25 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5$ است و چون خود ۵۱ هم عددی فرد است، پس تعداد اعداد فرد این مجموعه برابر با $26 = 25 + 1$ می‌باشد.

جمع	ضرب	عدد دوم	عدد اول
$1 + 36 = 37$	$1 \times 36 = 36$	۳۶	۱
$2 + 18 = 20$	$2 \times 18 = 36$	۱۸	۲
$3 + 12 = 15$	$3 \times 12 = 36$	۱۲	۳
$4 + 9 = 13$	$4 \times 9 = 36$	۹	۴
$6 + 6 = 12$	$6 \times 6 = 36$	۶	۶

۲- چون گفته شده اعداد طبیعی پس از عدد ۱ شروع می‌کنیم و تمام اعدادی را که حاصل ضربشان ۳۶ می‌شود را می‌نویسیم و سپس هر دو عدد را با هم جمع می‌کنیم و در حالتی که هر دو عدد طبیعی برابر با ۶ باشند، مجموعشان کمترین مقدار است.

۳- طبق جدول مقابل متوجه می‌شویم که پنج حالت داریم.

مبلغ	۱۰۰۰	۵۰۰
$9 \times 500 = 4500$	۰	۹
$(7 \times 500) + (1 \times 1000) = 4500$	۱	۷
$(5 \times 500) + (2 \times 1000) = 4500$	۲	۵
$(3 \times 500) + (3 \times 1000) = 4500$	۳	۳
$(1 \times 500) + (4 \times 1000) = 4500$	۴	۱

۴- در اینجا تعداد انگشتان استفاده شده در هر دست مهم است. با توجه به اینکه هر دست ۵ انگشت دارد، پس مشاهده می‌شود که به شش حالت می‌توان این کار را انجام داد.

انگشت دست راست	۵	۴	۳	۲	۱	۰
انگشت دست چپ	۰	۱	۲	۳	۴	۵

۵- ابتدا تمام اعدادی که ضرب آنها ۳۲ می‌شود را می‌نویسیم و سپس آنها را جمع می‌کنیم و جمع هر کدام بیشترین مقدار بود، جواب سؤال می‌باشد. طبق جدول مقابل متوجه می‌شویم دو عدد مورد نظر ۱ و ۳۲ می‌باشند. چون جمع آنها بیشترین مقدار است.

جمع	ضرب	عدد دوم	عدد اول
$1 + 32 = 33$	$1 \times 32 = 32$	۳۲	۱
$2 + 16 = 18$	$2 \times 16 = 32$	۱۶	۲
$4 + 8 = 12$	$4 \times 8 = 32$	۸	۴

۶- با توجه به سؤال چون ارقام نباید تکرار شوند، پس در کل چهار حالت داریم. دقت کنید صدگان صفر هم نمی‌تواند باشد. اگر در صدگان صفر قرار بگیرد دیگر عدد سه‌رقمی نیست.

یکان	دهگان	صدگان
۸	۰	۶
۰	۸	۶
۶	۰	۸
۰	۶	۸

سؤال‌های امتحانی بدون پاسخ

۱- با اسکناس‌های ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ تومانی به چند حالت می‌توان ۶۰۰۰ تومان را پرداخت کرد؟ (خراسان رضوی، طبقه شانزدهم، دبیرستان درخشنده حدیدی پور - خرداد ۹۷)

۲- دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۵۴ و حاصل جمع آن دو عدد، کمترین مقدار ممکن باشد.

(آذربایجان غربی، پلدشت، دبیرستان رسول اکرم (ص) - خرداد ۹۷)

۳- با سه رقم ۲، ۰ و ۴ تمام عددهای سه‌رقمی ممکن را بنویسید. (بدون تکرار رقم‌ها) (استان مرکزی، فراهان، دبیرستان حاج احمد ماستری - خرداد ۹۷)

۴- تمام حالت‌هایی که ضرب دو عدد ۱۸ می‌شود را بنویسید و بیان کنید در کدام حالت، جمع دو عدد بیشترین مقدار را دارد؟

(گرگان، دبیرستان تربیت - خرداد ۹۷)

۵- با انگشتان یک دست، به چند صورت می‌توان عدد ۳ را نشان داد؟ (برای نشان دادن هر عدد از یک دست استفاده شود)

$$\square + \square + \square = 14$$

$$\square \times \square \times \square = 70$$

آموزش

برای بعضی مسئله‌ها پاسخ‌های مختلفی را می‌توان در نظر گرفت که برخی پاسخ‌ها نادرست و نامطلوب و برخی مطلوب هستند. اگر با دلایل منطقی حالت‌های نامطلوب را حذف کنیم، پاسخ‌های احتمالی محدود می‌شود و می‌توانیم به خواسته مسئله برسیم.

برای نوشتن تمام حالت‌های ممکن می‌توان از جدول و از راهبرد الگوسازی استفاده نمود.

مثال ۱: علی و عرفان در زنگ تفریح بازی اعداد را به صورت زیر با یکدیگر انجام دادند. علی باید عددی بین ۱ تا ۸۰ را در نظر می‌گرفت و عرفان باید با پرسیدن سؤال‌هایی عدد انتخابی علی را حدس می‌زد. علی فقط می‌توانست پاسخ «بله» یا «خیر» به پرسش‌ها بدهد. عرفان چه روش منطقی را برای طرح سؤال‌ها می‌تواند داشته باشد، تا به عدد مورد نظر علی برسد؟

سؤال	پاسخ	نتیجه‌گیری
یکی از اعداد ۱ تا ۴۰ است؟	خیر	یکی از اعداد ۱ تا ۴۰ است.
یکی از اعداد ۱ تا ۲۰ است؟	بله	یکی از اعداد ۲۰ تا ۴۰ است.
یکی از اعداد ۱ تا ۳۰ است؟	بله	یکی از اعداد ۳۰ تا ۴۰ است.
یکی از اعداد ۱ تا ۳۵ است؟	بله	یکی از اعداد ۳۵ تا ۴۰ است.
یکی از اعداد ۱ تا ۳۷ است؟	خیر	یکی از اعداد ۳۵ تا ۳۷ است.
عدد ۳۵ یا ۳۷ است؟	خیر	عدد ۳۵ یا ۳۷ است.
عدد مورد نظر ۳۷ است؟	خیر	عدد مورد نظر ۳۷ است.

پاسخ: عرفان باید توجه کند، سؤالی مناسب‌تر است که با طرح آن بتواند تعداد بیشتری از حالت‌های نامطلوب را حذف کند. مثلاً اگر بپرسد «آیا عدد ۵۳ مورد نظر شماست؟» اگر پاسخ علی «خیر» باشد، از بین ۸۰ عدد فقط یک عدد حذف خواهد شد. ولی اگر بپرسد «آیا عدد مورد نظر شما از ۴۰ کوچک‌تر است؟» اگر پاسخ علی «خیر» باشد، از بین ۸۰ عدد، ۴۰ عدد (۴۰ پاسخ نامطلوب) حذف خواهد شد. بنابراین عرفان روش منظم روبرو را برای طرح سؤال‌ها در نظر گرفت و باتوجه به پاسخ‌های علی به عدد مورد نظر رسید.

مثال ۲: مجموع سه عدد طبیعی ۳۶ و حاصل ضرب آنها ۶۶ است. بزرگ‌ترین عدد چند است؟

پاسخ: تمام حالت‌هایی که حاصل ضرب سه عدد طبیعی ۶۶ می‌شود را در جدول می‌نویسیم و سپس با جمع هر سه عدد به پاسخ درست و مطلوب مسئله می‌رسیم.

مجموع	ضرب	عدد سوم	عدد دوم	عدد اول
۶۸	$1 \times 1 \times 66 = 66$	۶۶	۱	۱
۳۶	$1 \times 2 \times 33 = 66$	۳۳	۲	۱
۲۶	$1 \times 3 \times 22 = 66$	۲۲	۳	۱
۱۸	$1 \times 6 \times 11 = 66$	۱۱	۶	۱
۱۶	$2 \times 3 \times 11 = 66$	۱۱	۳	۲

باتوجه به جدول مقابل و یافتن حالت مطلوب، پاسخ مسئله (بزرگ‌ترین عدد) ۳۳ است.

مثال ۳: کدام یک از زاویه‌های زیر متمم زاویه ۳۷ درجه است؟

(د) 35°

(ج) 53°

(ب) 34°

(الف) 43°

پاسخ: در این حالت همه گزینه‌ها را آزمایش می‌کنیم.

(دو زاویه متمم مجموعشان 90° است. پس تنها حالت مطلوب همان 53° است)

$43^\circ + 37^\circ = 80^\circ$	<input type="checkbox"/>	$53^\circ + 37^\circ = 90^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>
$34^\circ + 37^\circ = 71^\circ$	<input type="checkbox"/>	$35^\circ + 37^\circ = 72^\circ$	<input type="checkbox"/>

۲

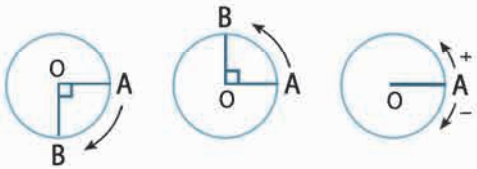
فصل

عددهای صحیح

- معرفی عددهای علامت‌دار
- جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)
- جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)
- ضرب و تقسیم عددهای صحیح

$$(-7) + ((-4) + (-5)) = ?$$

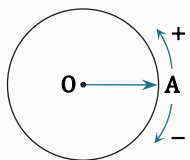
$$(-2) \times (-4) \div (+8) = ?$$



آموزش

در بسیاری از مواقع در زندگی روزمره از کلماتی مانند: بیشتر، گرم‌تر، طلبکاری، ارتفاع، بالاتر و ... (مثبت‌ها) و کمتر، سردتر، بدهکاری، عمق، پایین‌تر و ... (منفی‌ها) استفاده می‌کنیم. برای نمایش این مفاهیم در ریاضی از علامت «+» برای مثبت‌ها و علامت «-» برای منفی‌ها در مقایسه با یک مبدأ (صفر) استفاده می‌کنیم.

کاربرد عدد صحیح در هندسه

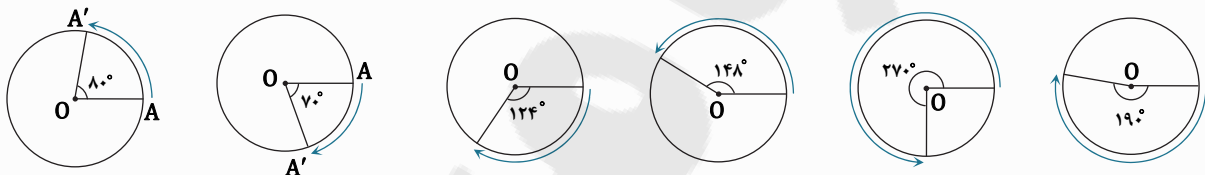


نشان دادن یک زاویه با یک عدد علامت‌دار: تصور کنید یک دایره مقوایی مانند شکل مقابل ساخته‌ایم و روی مرکز دایره یک عقربه نازک مقوایی با پونز چسبانده‌ایم. وقتی عقربه روی شعاع OA قرار دارد، زاویه صفر درجه را برای ما نشان می‌دهد. (که مبدأ فرض می‌شود)

زاویه منفی: حرکت عقربه کاغذی موافق حرکت عقربه‌های ساعت به زاویه بین عقربه کاغذی و شعاع OA علامت منفی می‌دهد. (ساعت‌گرد)

زاویه مثبت: حرکت عقربه کاغذی مخالف حرکت عقربه‌های ساعت به زاویه بین عقربه کاغذی و شعاع OA علامت مثبت می‌دهد. (بادساعت‌گرد)

مثال: زاویه‌های زیر را با یک عدد علامت‌دار نمایش دهید.



پاسخ: $\widehat{AOA'} = \widehat{O} = +8^\circ$ $\widehat{AOA'} = \widehat{O} = -7^\circ$ $\widehat{O} = -124^\circ$ $\widehat{O} = +148^\circ$ $\widehat{O} = +27^\circ$ $\widehat{O} = -19^\circ$

معرفی محور اعداد صحیح

اگر اعداد مثبت، منفی و صفر را بر روی محور اعداد نمایش دهیم به آن، محور اعداد صحیح می‌گویند. اعداد صحیح به سه دسته تقسیم شده‌اند.

۱- اعداد صحیح مثبت (سمت راست صفر)

۲- اعداد صحیح منفی (سمت چپ صفر)

۳- صفر (مبدأ)



مجموعه (خانواده یا دسته) اعداد صحیح را با \mathbb{Z} (اول کلمه آلمانی Zahlen به معنی صحیح) نمایش می‌دهیم.

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots \}$$

مجموعه اعداد طبیعی را با \mathbb{N} نمایش می‌دهیم. (اول کلمه انگلیسی Natural به معنی طبیعی)

$$\mathbb{N} = \{ 1, 2, 3, \dots \}$$

مجموعه اعداد حسابی را با \mathbb{W} یا \mathbb{I} نمایش می‌دهیم.

$$\mathbb{I} = \mathbb{W} = \{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

قرینه اعداد صحیح

باتوجه به محور اعداد صحیح می‌بینیم که اعدادی مانند $+2$ و -2 یا -4 و $+4$ هر دو عدد، از مبدأ (صفر) به یک فاصله هستند، با این تفاوت

که یکی در سمت راست صفر و دیگری در سمت چپ صفر قرار گرفته‌اند. به این نوع اعداد، عددهای قرینه می‌گویند و می‌خوانیم $+2$ قرینه -2

است. (و بالعکس، -2 قرینه $+2$ است)

اعداد صحیح منفی و اعداد صحیح مثبت قرینه یکدیگرند. (مانند $+1$ و -1 یا $+5$ و -5 و ...)
 قرینه عدد صفر خودش می‌باشد.

فاصله هر عدد صحیح با قرینه‌اش دو برابر آن عدد صحیح می‌باشد.

در عمل قرینه کردن عددها یکسان هستند، علامت‌ها متفاوت می‌باشند.

نماد قرینه کردن: در ریاضی قرینه را با علامت « $-$ » نشان می‌دهیم و «قرینه» می‌خوانیم.

الف) $3 = -(-3) = +3$ قرینه -3

ب) $-2 = -(+2) = -2$ قرینه $(+2)$

مثال: قرینه عددهای مقابل را بنویسید.

قرینه قرینه هر عدد برابر با خود عدد است.

الف) $-9 = -[+9] = -9$ خود عدد

ب) $13 = -[-(+13)] = +13$ خود عدد

مثال: حاصل عبارت‌های مقابل را به دست آورید.

هرگاه تعداد قرینه کردن‌ها فرد باشد، عدد صحیح (اولیه) قرینه می‌شود.

الف) $-6 = -[-(+6)] = -6$ قرینه عدد

ب) $5 = -[-(-5)] = +5$ قرینه عدد

مثال: حاصل عبارت‌های مقابل را به دست آورید.

هرگاه تعداد قرینه کردن‌ها زوج باشد، عدد صحیح (اولیه) تغییر نمی‌کند.

الف) $+7 = -[-[-(+7)]] = +7$ خود عدد

ب) $-8 = -[-[-(-8)]] = -8$ خود عدد

مثال: حاصل عبارت‌های مقابل را به دست آورید.

عددهای صحیح مثبت همان اعداد طبیعی هستند.

الف) $27 = +27$

ب) $3 = +3$

مثال: اعداد مقابل را به ساده‌ترین شکل بنویسید.

حاصل جمع اعداد صحیح به کمک محور

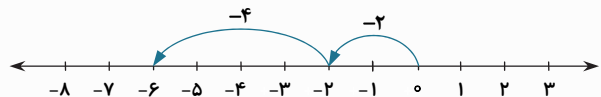
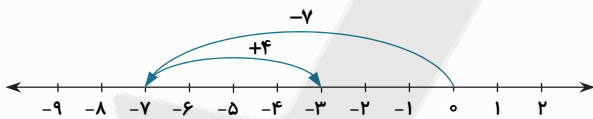
برای یافتن حاصل جمع عددهای صحیح می‌توان متناظر با هر عدد صحیح به ترتیب حرکت‌ها را روی محور رسم نموده و پاسخ را به کمک مکان انتهایی آخرین حرکت به دست آورد.

برای یافتن حاصل جمع به کمک محور باید اولین حرکت را از صفر (مبدأ) شروع کنیم.

مثال: حاصل هریک از عبارت‌های زیر را به دست آورید. (به کمک محور)

الف) $-3 = (-7) + (+4)$

ب) $-6 = (-2) + (-4)$



حاصل تفریق اعداد صحیح به کمک محور

برای به دست آوردن حاصل یک تفریق و یا رسم حرکت متناظر با تفریق اعداد صحیح باید تفریق را به روش مقابل به جمع تبدیل نمود و سپس مانند جمع اقدام کرد. (مربع و دایره هر عدد صحیحی می‌توانند باشند)

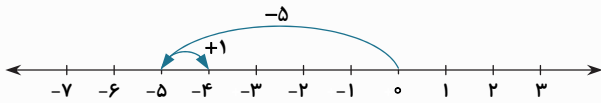
تفریق تبدیل به جمع می‌شود

$$\square - \bigcirc = \square + \bigcirc$$

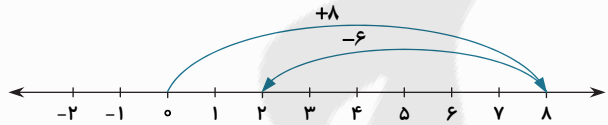
عدد دوم را قرینه می‌کنیم عدد اول خودش

مثال: حاصل تفریق‌های زیر را به کمک محور به دست آورید.

الف) $(-5) - (-1) = -5 + (+1) = -4$



ب) $(+8) - 6 = (+8) + (-6) = +2$

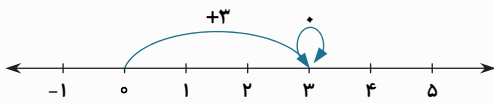


جمع عدد صحیح با صفر

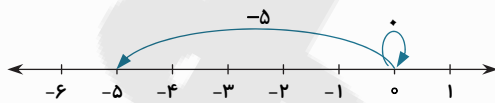
حاصل جمع هر عدد صحیح با صفر برابر با خود آن عدد است.

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به کمک محور به دست آورید.

الف) $+3 + 0 = +3$



ب) $0 + (-5) = -5$

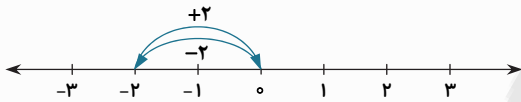


جمع عدد صحیح با قرینه‌اش

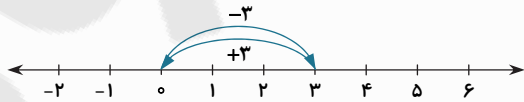
حاصل جمع هر عدد صحیح با قرینه‌اش برابر با صفر است.

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به کمک محور به دست آورید.

الف) $-2 + (+2) = 0$



ب) $+3 + (-3) = 0$



مقایسه اعداد صحیح

هر عدد صحیح مثبت از صفر بزرگ‌تر است.

هر عدد صحیح منفی از صفر کوچک‌تر است.

بر روی محور اعداد صحیح هر چه به سمت راست پیش برویم، اعداد بزرگ‌تر می‌شوند و هر چه به سمت چپ پیش برویم، اعداد کوچک‌تر می‌شوند.

بر روی محور اعداد صحیح همیشه عددی که سمت راست قرار می‌گیرد، بزرگ‌تر است.

مثال: در جاهای خالی، علامت مناسب $>$ ، $=$ و یا $<$ بگذارید.

الف) $-401 \square -118 \Rightarrow -401 < -118$

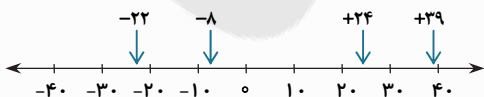
ب) $-93 \square -930 \Rightarrow -93 > -930$

نمایش اعداد صحیح به طور تقریبی روی محور اعداد

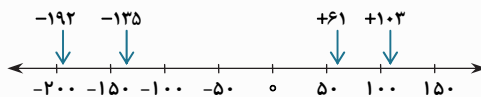
گاهی اوقات برای یافتن حاصل تقریبی یک عبارت ریاضی لازم است مکان تقریبی اعداد صحیح را در نظر بگیریم. برای نشان دادن مکان تقریبی یک عدد صحیح روی محور (اعداد صحیح) باتوجه به واحدبندی محور و در نظر گرفتن وسط هر واحد (روی محور) و علامت عدد موردنظر می‌توان اقدام کرد.

مثال: عددهای زیر را به‌طور تقریبی روی محور نشان دهید.

الف) $+24$ و -8 و $+39$ و -22



ب) -192 و 103 و -135 و $+61$



سؤال‌های امتحانی با پاسخ

۱- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «x» مشخص کنید.

- الف، هر عدد صحیح یک عدد طبیعی می‌باشد.
- ب، تمام اعداد صحیح از صفر بزرگ‌تر هستند.
- پ، قرینه قرینه هر عدد با خود آن عدد، برابر است.
- ت، بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی، (-۱) می‌باشد.
- ث، کوچک‌ترین عدد صحیح منفی، برابر با (-۱) می‌باشد.
- ج، قرینه هر عدد از خود آن عدد کوچک‌تر است.
- چ، صفر از هر عدد صحیح مثبت کوچک‌تر است.
- ح، هر عدد صحیح مثبت، از هر عدد صحیح منفی، بزرگ‌تر است.

۲- هریک از جمله‌های زیر را با يك عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

- الف) عددهای صحیح دسته می‌شوند.
- ب) هر عدد صحیح منفی از صفر است.
- پ) عددهای صحیح مثبت همان عددهای هستند.
- ت) عدد ۲۵- از قرینه‌اش است.
- ث) قرینه قرینه عدد ۳+ برابر است با
- ج) جمع هر عدد با برابر با صفر است.
- چ) جمع هر عدد با صفر برابر می‌باشد.
- ح) تنها عدد صحیح که قرینه‌اش با خودش برابر است، عدد می‌باشد.

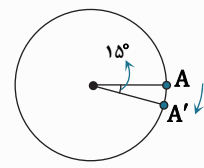
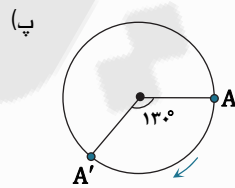
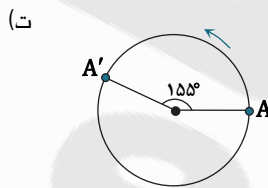
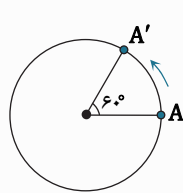
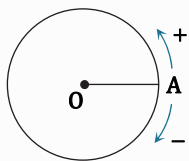
۳- روی يك محور در نقطه صفر، جهندهای ابتدا ۱۵ واحد به سمت چپ و سپس ۹ واحد به سمت راست حرکت کرده است. برای اینکه بر روی مبدأ

بایستد، چه حرکتی را باید انجام دهد؟

- الف) ۹-
- ب) ۶+
- ج) ۱۵+
- د) ۶-

۴- مورچه‌ای در حال حرکت دایره‌وار از لانه (نقطه A) به سمت دانه (نقطه A') می‌باشد. در هر شکل زاویه حرکت

مورچه را با يك عدد علامت‌دار نشان دهید.



۵- عبارتهای زیر را به صورت يك عدد علامت‌دار بنویسید.

- الف) ساعت ۸ بعدازظهر (ب) دمای ۴ درجه زیر صفر
- پ) ۳۷۵۰۰ تومان بدهکاری (ت) صدفی در عمق ۷۶ متری ته دریا قرار دارد.
- ث) مرغ دریایی که در ارتفاع ۱۶/۵ متری سطح دریا پرواز می‌کند.

$-\frac{1}{3}$ و $-\frac{1}{4}$ و $+\frac{16}{8}$ و $+\frac{16}{8}$

۶- مکان اعداد علامت‌دار روبه‌رو را روی محور اعداد مشخص کنید.

۷- عبارتهای زیر را به زبان ریاضی نوشته و سپس پاسخ دهید. (يك نتیجه کلی بیان کنید)

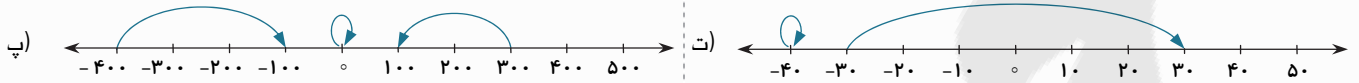
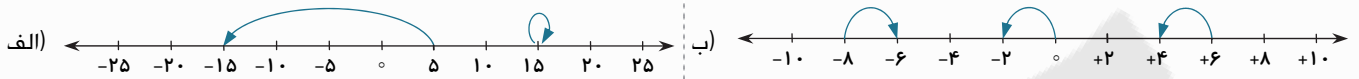
- الف) = قرینه قرینه (+۱۶) (الف)
- ب) = قرینه قرینه (-۲۳) (ب)
- پ) = قرینه قرینه قرینه قرینه (-۴۵) (پ)
- ت) = قرینه قرینه قرینه قرینه (+۳۰) (ت)

۸- دور اعداد صحیح خط بکشید.

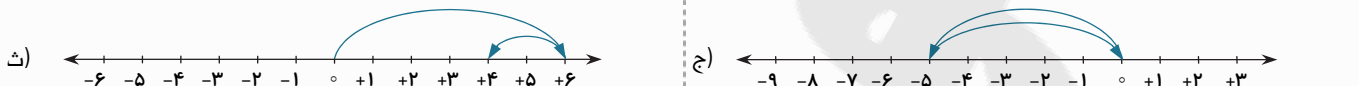
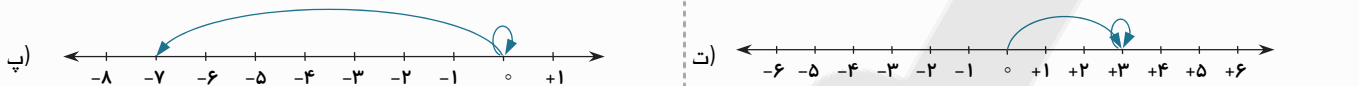
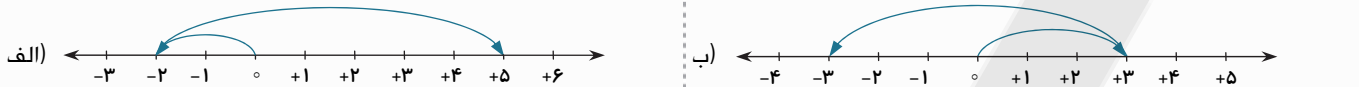
۹- ساده‌ترین صورت عبارتهای زیر را بنویسید.

- الف) $-(+۲) =$
- ب) $+(-۲) =$
- پ) $-(-۵) =$
- ت) $+(-(+(-۶))) =$
- ث) $+(+۷) =$
- ج) $-(-(+۴)) =$
- چ) $-(-(-۲۱)) =$
- ح) $-(+(-(-۸))) =$

۱- برای هر حرکت روی محور، يك عدد علامتدار بنویسید.



۲- برای هر يك از محورهای زیر يك جمع بنویسید.



۳- برای هر يك از جمع‌های زیر محور با حرکت‌های متناظر آن رسم کرده و سپس حاصل را بنویسید.

الف) $(+6) + (+4) =$ ب) $(-3) + (-8) =$ پ) $(-5) + (+7) =$

ت) $(-9) + (+2) =$ ث) $0 + (-4) =$ ج) $(+4) + (-4) =$

۴- ابتدا تفریق‌ها را به صورت جمع نوشته و سپس با کمک محور حاصل را به دست آورید.

الف) $+9 - (-2) =$ ب) $-7 - (-3) =$ پ) $-1 - (+6) =$

ت) $+5 - (-8) =$ ث) $-4 - (+2) =$ ج) $-5 - 3 =$

۵- حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به کمک محور به دست آورید و يك نتیجه کلی بیان کنید. (ابتدا تفریق‌ها را به جمع تبدیل کنید)

الف) $0 + (-3) =$ ب) $0 - (-7) =$ پ) $+4 + 0 =$

ت) $(+2) + 0 =$ ث) $(-8) - 0 =$ ج) $+2 - 2 =$

۶- ابتدا تفریق‌های زیر را به جمع تبدیل کنید و سپس حاصل را به دست آورید.

الف) $(+75) - (+50) =$ ب) $(-20) - (-13) =$ پ) $(-40) - (-23) =$

ت) $(-3) - (+4) =$ ث) $(+9) - (-14) =$ ج) $(+12) - (-3) =$

۷- در داخل علامت مناسب $>$ ، $=$ و یا $<$ قرار دهید.

الف) -2 -8 ب) (-8) $-(+8)$ پ) 0 $-3 + 3$

ت) -19 $+1$ ث) -12 -5 ج) -8 0

چ) $+25 - 25$ 0 ح) $+5$ $+2$ خ) $+5$ 0

د) $+15$ 15 ذ) $-(-6)$ -6 ر) $+2$ -10

۸- در داخل علامت مناسب $>$ ، $=$ و یا $<$ قرار دهید.

الف) $0 - 18$ $-18 + 0$ ب) (-30) $-(-(-3))$ پ) $-((-(-7)))$ $-((-0))$

۱۸- در داخل \square عدد مناسب قرار دهید.

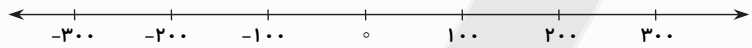
الف) $-(-(+(-(+\square)))) = -12$ ب) $+(-(-(-(-\square)))) = +5$ پ) $-(-(+(-(-(+\square)))) = +6$

۱۹- گسترده اعداد صحیح زیر را بنویسید.

الف) $+1392 =$ ب) $-4080 =$ پ) $+503 =$
 ت) $-673 =$ ث) $+25025 =$ ج) $-92521 =$

۲۰- هر دسته از اعداد زیر را به‌طور تقریبی روی محور نشان دهید.

الف) -256 و 240 و 10 و -85



ب) -2200 و $+2750$ و -1500 و 250



۲۱- در بازی هب در چندین مرحله، هنگامی که حسین، آرش و یزدان اعداد را می‌گویند، سیاوش آنها را می‌نویسد. بعضی از اعداد را سیاوش جا انداخته است. آنها را کامل کنید.

الف) و و و و و ب) و و و و پ) و و و و و

ت) و و و و و ث) و و و و ج) و و و و و

۲۲- اگر هر \bigcirc (که نشان‌دهنده $+1$) و هر \bullet (که نشان‌دهنده -1) باشد، باهم برابر صفر باشند، یعنی $(\bullet \bigcirc = 0)$ ، برای نمادهای زیر نمادی مشخص کنید که در کنار هم صفر شوند.

الف) \uparrow ب) ∇ پ) \blacksquare

۲۳- اعداد زیر را با دایره‌های توپر و توخالی نمایش دهید. $(\bullet = -1$ و $\bigcirc = +1)$

الف) $+9$: ب) $+4$: پ) -11 : ت) -5 :

۲۴- قطعه چوبی به طول ۱۴ متر را به‌طور قائم (عمودی) در منبع پر از آب فرو کردیم. ۳ متر از چوب، خارج از آب قرار گرفت. ارتفاع دو سر چوب را نسبت به سطح آب با اعداد صحیح نمایش دهید.

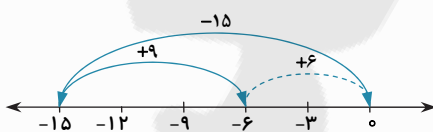
۲۵- يك كك (قهرمان پرش) روی محور اعداد صحیح در حال پرش است. اندازه حرکت‌های او را در جاهای خالی به‌گونه‌ای بنویسید که تساوی‌ها درست باشند.

الف) $-10 + \dots = -5$ ب) $+30 + \dots = +10$ پ) $-40 + \dots = -60$

پاسخ سؤال‌های امتحانی

۱- الف) \times ب) \times پ) \checkmark ت) \checkmark	ث) کوچک‌ترین عدد صحیح منفی را نمی‌توان مشخص کرد.
ج) \times د) \times پ) \checkmark ت) \checkmark	ج) \times د) \times پ) \checkmark ت) \checkmark
۲- الف) سه (مثبت، منفی و صفر)	ب) کوچک‌تر
ج) قرینه‌اش	د) با خود آن عدد

۳- ب



پانزده واحد به سمت چپ $\rightarrow -15$ نه واحد به سمت راست $\rightarrow +9$
 برای اینکه بر روی مبدأ بایستد، باید شش واحد به سمت راست حرکت کند. $\rightarrow +6$

۴- با توجه به اینکه حرکت ساعت‌گرد علامت منفی و حرکت مخالف ساعت‌گرد (پادساعت‌گرد) علامت مثبت را به زاویه اختصاص می‌دهد، داریم:

الف) -15° ب) -13° پ) $+155^\circ$ ت) $+6^\circ$

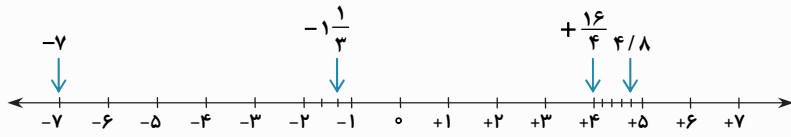
۵- الف) +۸

ب) -۴

پ) -۳۷۵۰۰

ت) -۷۶

ث) +۱۶/۵



۶- $+\frac{16}{5} = +\frac{16}{5}$ و $\frac{16}{5} = \frac{8}{1} = \frac{8}{5}$ و $\frac{8}{5} = \frac{8}{5}$ و $-\frac{1}{3} = -\frac{4}{12}$ و $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

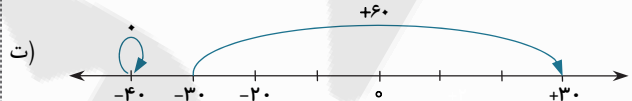
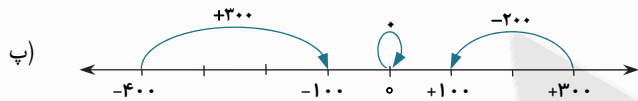
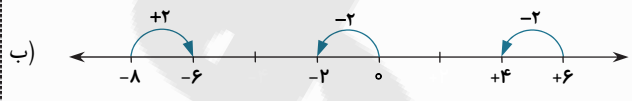
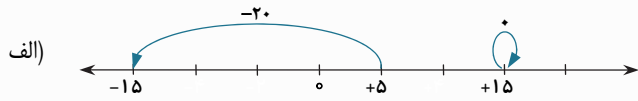
۷- الف) $-(+16) = -16$ ب) $-(-(-23)) = -23$ پ) $-(-(-(-45))) = +45$ ت) $-(-(-(-(+30)))) = +30$

اگر تعداد قرینه کردن‌ها زوج باشد، حاصل خود آن عدد می‌شود و اگر تعداد قرینه کردن‌ها فرد باشد، حاصل قرینه عدد موردنظر خواهد بود.

۸- (-2) و (0) و (75) و $(+3)$ و (5)

۹- در تمامی قسمت‌ها از علامت مثبت می‌توان چشم‌پوشی کرد.

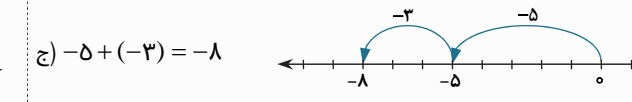
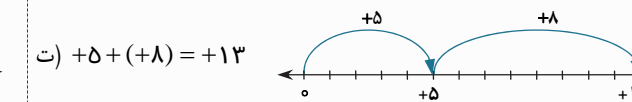
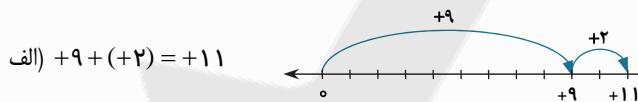
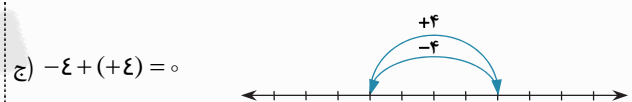
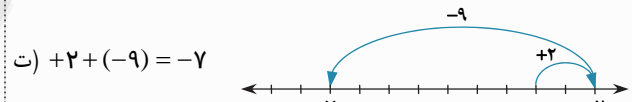
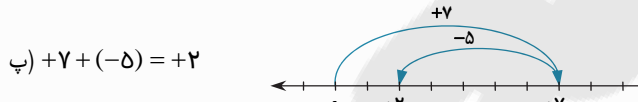
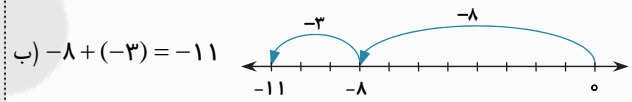
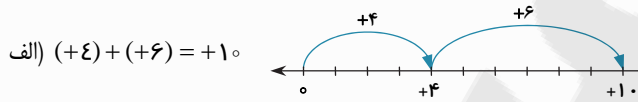
الف) -2 ب) -2 پ) $+5 = 5$ ج) $-(-(-8)) = -(+8) = -8$
 ت) $-(-6) = +6 = 6$ ث) 7 ج) $-(-4) = +4$ چ) $-(+21) = -21$



۱۱- الف) $-2 + (+7) = +5$ ب) $+3 + (-6) = -3$ پ) $0 + (-7) = -7$ ت) $(+3) + 0 = +3$

ث) $(+6) + (-2) = +4$ ج) $-5 + (+5) = 0$ چ) $+6 + (-6) = 0$ ح) $+2 + (+4) = +6$

در نوشتن جمع متناظر با محورها و حرکت‌ها می‌توان عدد اول را هم با پرانتر و هم بدون پرانتر نوشت. در خلاصه‌نویسی نیز می‌توان از علامت‌های + حرکت‌ها، چشم‌پوشی کرد.



سؤال‌های امتحانی بدون پاسخ

۱- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «x» مشخص کنید.

- الف، قرینهٔ صفر خود صفر است. (آذربایجان غربی، مهاباد، دیرستان شهید کاوه - خرداد ۹۷)
- ب، بین -1 و $+1$ هیچ عدد صحیح وجود ندارد. (فارس، جهرم، دیرستان شاهد - خرداد ۹۷)
- پ، بین دو عدد -3 و -2 دو عدد صحیح وجود دارد. (کرج، ناحیهٔ چهار، دیرستان نیوشا - خرداد ۹۷)
- ت، حاصل جمع دو عدد قرینه، همواره صفر است. (خراسان جنوبی، سرایان، دیرستان کمالی - خرداد ۹۷)
- ث، کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت، عدد یک است. (کرج، ناحیهٔ چهار، دیرستان حضرت خدیجه (س) - خرداد ۹۷)
- ج، قرینهٔ هر عدد از خود آن عدد کوچک‌تر است. (چهارمحال و بختیاری، بن، دیرستان شهید بهشتی - خرداد ۹۷)
- چ، عددهای صحیح مثبت همان عددهای طبیعی هستند. (چهارمحال و بختیاری، بلداجی، دیرستان کوثر - خرداد ۹۷)
- ح، جمع هر عدد صحیح با قرینه‌اش برابر با صفر است. (سیستان و بلوچستان، سراوان، دیرستان مصطفی خمینی - خرداد ۹۷)

۲- هریک از جمله‌های زیر را با عدد، کلمه یا عبارت مناسب کامل کنید.

- الف، عددهای صحیح شامل عددهای ، و می‌باشند.
- ب، قرینهٔ قرینهٔ عدد -7 برابر با می‌باشد. (استان کرمان، شهر بابک، دیرستان شهید باهنر - خرداد ۹۷)
- پ، حاصل جمع هر عدد صحیح با صفر، است. (زنجان، ناحیهٔ یک، دیرستان سپیده کاشانی - خرداد ۹۷)
- ت، کوچک‌ترین عدد صحیح منفی دو رقمی، عدد است. (تبریز، ناحیهٔ سه، دیرستان خامنه‌ای - خرداد ۹۷)
- ث، کوچک‌ترین عدد صحیح بین $+3$ و -2 عدد است. (تهران، منطقهٔ ۶، دیرستان حضرت زینب (س) - خرداد ۹۷)
- ج، هر عدد صحیح منفی از هر عدد صحیح مثبت است. (قم، ناحیهٔ چهار، دیرستان رویش‌های انقلاب اسلامی - خرداد ۹۷)
- چ، کوچک‌ترین عدد دو رقمی منفی بدون تکرار رقم‌ها برابر است با (خوزستان، اندیمشک، دیرستان شهدا - خرداد ۹۷)
- ح، بین دو عدد صحیح -4 و $+4$ تعداد عدد صحیح دیگر وجود دارد. (کرج، ناحیهٔ سه، دیرستان شهید مجید عالم‌بخش - خرداد ۹۷)

۳- بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی دو رقمی کدام‌یک از گزینه‌های زیر است؟ (گلستان، گنبد کاووس، دیرستان پیوند قابوس - خرداد ۹۷)

- الف) -99 ب) -10 ج) 99 د) 10

۴- کوچک‌ترین عدد صحیح بین 5 و -10 کدام است؟ (خراسان جنوبی، بیرجند، دیرستان شاهد - خرداد ۹۷)

- الف) صفر ب) -9 ج) -1 د) -10

۵- حاصل عبارت (-10) - در کدام گزینه وجود دارد؟ (استان کرمانشاه، اسلام آباد غرب، هماهنگ - خرداد ۹۷)

- الف) 10 ب) $\frac{1}{10}$ ج) -10 د) $-\frac{1}{10}$

۶- بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی کدام است؟ (کرج، ناحیهٔ سه، دیرستان فارابی و مطهری - خرداد ۹۷)

- الف) -1 ب) -1000 ج) صفر د) -9

۷- عبارت‌های زیر را با علامت‌های مناسب کامل کنید و حاصل را به دست آورید.

= قرینهٔ (0) (پ) = قرینهٔ $(+2)$ (ب) = قرینهٔ (-6) (الف)

= قرینهٔ قرینهٔ قرینهٔ $(+7)$ (ج) = قرینهٔ قرینهٔ (-10) (ث) = قرینهٔ قرینهٔ $(+10)$ (ت)

۸- حاصل هریک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$(-2) =$ (ب) (استان یزد، اردکان، هماهنگ - خرداد ۹۷) $(-8) =$ (الف)

۹- عددها را باهم مقایسه کنید و علامت مناسب $>$ ، $=$ و $<$ قرار دهید.

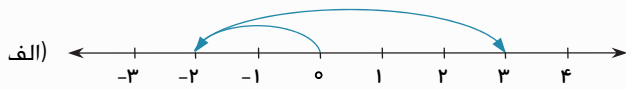
۴ $(-4) =$ (ب) (گلستان، کلاله، دیرستان شهید مرادپور - خرداد ۹۷) 10 $-20 =$ (الف)

$(+9) =$ (ت) -9 $(-2) =$ (پ)

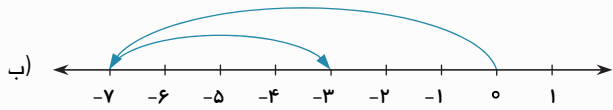
$(-10) +$ $-1000 =$ (ج) -3 $(+6) =$ (ث)

$(+2) +$ $(-2) =$ (ح) (آذربایجان غربی، تکاب، دیرستان شهید عراقی - خرداد ۹۷) $(+8) -$ (چ)

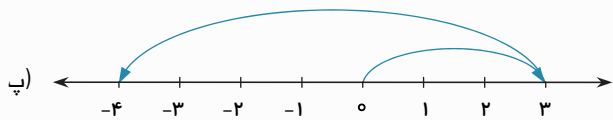
۱- برای هر يك از محورها يك جمع بنویسید.



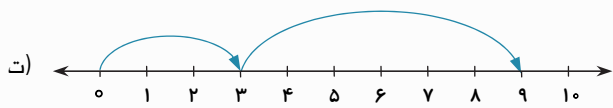
(کردستان، موجش، دبیرستان شهید مطهری - خرداد ۹۷)



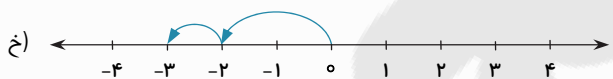
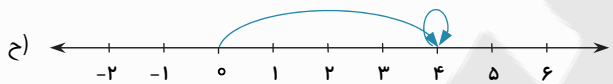
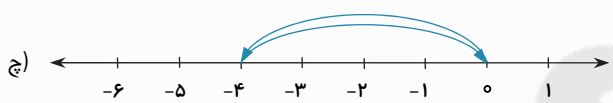
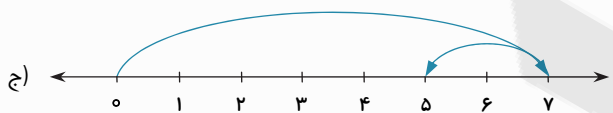
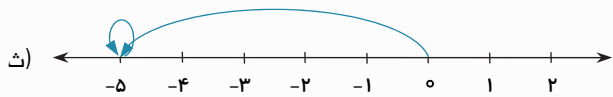
(شیراز، دبیرستان شهید باهنر - خرداد ۹۷)



(همدان، کیودرآهنگ، دبیرستان الغدیر آمشکین - خرداد ۹۷)



(زنجان، ناحیه یک، دبیرستان طالقانی ینگه - خرداد ۹۷)



۱۱- جمع‌ها را روی محور نشان داده و حاصل آن را به کمک محور به دست آورید.

(کرج، ناحیه سه، دبیرستان پویندگان - خرداد ۹۷) $-3 + (+7) =$ (ب) (گلستان، بندر ترکمن، دبیرستان شهید طاهر قره‌جه - خرداد ۹۷) $-10 + 7 =$ (الف)

۱۲- ابتدا تفریق‌ها را به جمع تبدیل کنید و سپس برای هر جمع حرکت‌های مناسب روی محور رسم نمایید.

$-2 - (-5) =$ (ب) (استان قزوین، بوئین‌زهره، دبیرستان پیام قرآن - خرداد ۹۷) $-2 - 3 =$ (الف)

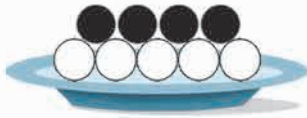
$-3 - (+5) =$ (ت) $+4 - (-3) =$ (پ)

۱۳- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید.

$-5 - 0 =$ (پ) $5 - 5 =$ (ب) $3 + 0 =$ (الف)

$(+2) + (-2) =$ (ج) $-3 + (+3) =$ (ث) $0 + (-3) =$ (ت)

۱۴- عددهای صحیح منفی بزرگتر از -3 را بنویسید. (مازندران، نوشهر، هماهنگ - خرداد ۹۷)



آموزش

به‌طور قراردادی اگر هر \bigcirc (دایره توخالی) را یک عدد صحیح مثبت و هر \bullet (دایره توپر) را یک عدد صحیح منفی در نظر بگیریم، پس $\bigcirc \bullet$ برابر با صفر (خنثی) می‌باشد.

در بعضی مواقع با توجه به صورت سؤال قرارداد عوض می‌شود و $(\bullet = +1$ و $\bigcirc = -1)$ در نظر گرفته می‌شود.

مثال: اعداد زیر را با دایره‌های توپر و توخالی نمایش دهید. $(\bullet = -1$ و $\bigcirc = +1)$

الف) $+3$ شکل $\rightarrow \bigcirc \bigcirc \bigcirc$

ب) -4 شکل $\rightarrow \bullet \bullet \bullet \bullet$

جمع و تفریق اعداد صحیح به کمک شکل (دایره‌های توپر و توخالی)

برای به‌دست آوردن حاصل جمع عددهای صحیح، متناظر با عدد مثبت تعدادی دایره توخالی و متناظر با عدد منفی تعدادی دایره توپر رسم کرده و سپس هر دایره توپر را با یک دایره توخالی صفر در نظر گرفته و در ذهن حذف می‌کنیم. آنچه باقی خواهد ماند، پاسخ عملیات جمع است.

برای یافتن حاصل تفریق عددهای صحیح باید آن را به جمع تبدیل کرده و سپس شکل آن را رسم کرد و مانند جمع عمل نمود.

مثال: با رسم شکل دایره‌های توپر و توخالی، حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به‌دست آورید. $(\bullet = -1$ و $\bigcirc = +1)$

الف) $+2 + (-6) = -4$



ب) $-4 - (-7) = -4 + 7 = 3$



در گذشته به‌جای دایره‌های توپر و توخالی از کلمات دوست و دشمن استفاده می‌کردند.

حاصل جمع اعداد صحیح از طریق محاسبه

الف) اگر هر دو عدد هم‌علامت باشند:

۱- هر دو عدد مثبت باشند، حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است.

مثال: حاصل هر یک از عبارات زیر را به‌دست آورید.

الف) $+4 + (+6) = 4 + 6 = 10$

ب) $(+9) + 10 = 9 + 10 = 19$

پ) $(+30) + (+47) = 30 + 47 = 77$

ت) $+390 + 1008 = 390 + 1008 = 1398$

۲- هر دو عدد منفی باشند، حاصل جمع آنها مثل قرینه جمع دو عدد طبیعی است.

مثال: حاصل هر یک از عبارات زیر را به‌دست آورید.

الف) $(-10) + (-20) = -(10 + 20) = -30$

ب) $-8 + (-31) = -(8 + 31) = -39$

پ) $(-55) + (-42) = -(55 + 42) = -97$

ت) $-2500 + (-601) = -(2500 + 601) = -3101$

ب) اگر عددها دارای علامت‌های متفاوتی باشند (یکی مثبت و دیگری منفی):

با صرف نظر از علامت اعداد، عدد بزرگ‌تر را مشخص می‌کنیم. علامت عدد بزرگ‌تر، علامت حاصل جمع خواهد بود. برای به‌دست آوردن عدد حاصل کافی است دو عدد را از یکدیگر کم کنیم. (یک تفریق ساده بدون در نظر گرفتن علامت‌ها)