

ابه نام خداوند خورشید و ماه  
که دل را به نامش خرد داد راه ای



# فهرست

۹	بخش اول: کسر و اعشار ترس نداره!	
۱۰	فصل ۱: محاسبات عدددهای کسری و اعشاری	
۲۱	فصل ۲: چند نکته‌ی مهم محاسباتی	
۲۵	بخش دوم: تکنیک‌های ضرب سریع	
۲۶	فصل ۱: ضرب در عدددهای متداول	
۷۳	فصل ۲: تکنیک‌های طلایین ضرب	
۹۷	بخش سوم: تکنیک‌های تقسیم سریع	
۹۸	فصل ۱: تقسیم سریع بر عدددهای خاص	
۱۲۷	فصل ۲: تکنیک‌های کلی تقسیم سریع	
۱۳۸	فصل ۳: نکات مهم تقسیم با تیپ جدید	
۱۰۸	فصل ۴: چهار نکته‌ی مهم و تکمیلی	
۱۶۱	بخش چهارم: تکنیک‌های جمع و تفریق سریع	
۱۶۲	فصل ۱: تکنیک‌های پایه‌ای جمع و تفریق سریع	
۱۹۳	فصل ۲: تکنیک‌های محاسبه‌ی مجموعهای مهم	
۲۰۱	بخش پنجم: تکنیک‌های جذر سریع	
۲۰۲	فصل ۱: شناسایی مواضع	
۲۰۴	فصل ۲: محاسبه‌ی سریع مربع عدددها به روش سرسره‌ای	
۲۲۲	فصل ۳: محاسبه‌ی سریع مربع عدددها به روش الکلنگی	
۲۴۵	فصل ۴: تخمین سریع جذر عدددهای مختلف	



# مقدمه‌ی مؤلف

رازی که بر غیر نگفته‌یم و نگوییم با دوست بگوییم که او محروم راز است

سخنی با دانش‌آموزان:

دستان خوبم، سلام

به دنیای زیبا، جذاب و سراسر شادی و انرژی ریاضیات سریع خوش اومدین.

در ابتدا با اجازه‌تون می‌خوام درباره‌ی مسابقات علمی با شما صحبت کنم چون شما الان وارد مرحله‌ی مهمی از زندگی‌تون می‌شین که کم‌کم باید آینده‌ی تحصیلی خودتون رو بسازین؛ پس با موفقیت در آزمون‌های علمی خیلی مهم و سرنوشت‌سازی مثل آزمون‌های تیزهوشان، ورودی مدارس برتر و المپیادهای علمی می‌توانی خودتون رو در مسیر موفقیت قرار بدم و إن شاء الله آینده‌ی درخشانی رو در زمینه‌ی علمی برای خودتون مهیا کنیم.

اگه قصد دارین در آزمون‌های سرنوشت‌سازی که بهتون گفتتم، موفق باشین و حسابی چشم حسودهار و بتکونین، باید خودتون رو خوب مجھز کنین چون در این مسابقات رقیب‌های زیادی دارین.

برای موفقیت، علاوه بر داشتن هدف و پشتکار به دو عامل اساسی دیگه هم نیاز دارین:

۱ دانش کافی ۲ سرعت کافی

به دانش نیاز دارین که بتونین به سؤال‌های مطرح شده به درستی جواب بدین و به سرعت احتیاج دارین تا در مدت زمان کوتاهی که براتون سر جلسه‌ی آزمون در نظر گرفتن، به سؤال‌ها پاسخ بدین. بذارین یه مثال خوب براتون بزنم که متوجه اهمیت موضوع بشین:

فرض کنین می‌خوایم یه مسابقه‌ی علمی مثل آزمون تیزهوشان برگزار کنیم. در این مسابقه دو تا شرکت‌کننده داریم: شرکت‌کننده‌ی شماره‌ی ۱: آقای آبرت اندیشتین شرکت‌کننده‌ی شماره‌ی ۲: آقای هالوفشم این مسابقه هم یه آزمون ۶۰ سؤالی استعداد تحلیلی و تحصیلی داره و مدت‌ش هم ۶۰ دقیقه است.

مسابقه شروع میشه، آقای آبرت انيشتین جواب همه‌ی سؤال‌ها رو بله، فقط یه مشکل کوچک داره و اون هم اينه که چون تازه از توی قبردش آورديم، به جای اينکه به هر سؤال در ۱ دقيقه پاسخ بده، در ۳ دقيقه پاسخ ميده.

آقای هالو فشم نصف سؤال‌ها رو اصلاً بلد نیست ولی سرعتش خوبه و می‌تونه به سؤال‌هایی که بلد، حداکثر در یکی دو دقيقه پاسخ بده.

آخر مسابقه رو می‌تونین حدس بزنین؟ بعله، آقای هالو فشم برنده میشه! چون آقای آبرت انيشتین عزیز با اون همه دانشی که داره، در ۶۰ دقيقه فقط تونست به ۲۰ تا سؤال پاسخ درست بده و اصلاً وقت نکرد ۴۰ تا سؤال دیگه رو حتی ببینه! ولی آقای هالو فشم با اينکه نصف انيشتین سواد داره، تونست اون رو در مسابقه به طرز فجيعی شکست بده چون در ۶۰ دقيقه تونست به ۳۰ تا از سؤال‌ها پاسخ درست بده. آبرت انيشتین هم هرچی اعتراض می‌کنه که بابا من سوادم بيشتره، تو رو خدا یه ذره بيشتر به من وقت بدین تا به همه‌ی سؤال‌ها پاسخ بدم، بهش اعتنا نمی‌کنم و می‌گن: «آبرت عزیز وقت تموم شد؛ الکی گریه نکن، همون بهتر که برگردی بری توی قبرت عزیزم!» انيشتین هم به اين نتیجه می‌رسه که بعضی‌ها رو نمی‌شه قانع گردو باید به نفهمی‌شون احترام گذاشت(!) و شکست رو قبول می‌کنه و برمی‌گردد توی قبرش و آقای هالو فشم با نهايیت احترام به عنوان برنده‌ی مسابقه معرفی می‌شه.

بعله دوستای خوبم، برای همینه که معلماتون به درستی به شما می‌گن که در آزمون‌های تیزهوشان، ورودی مدارس برتر و المپیاد و...، سرعت به اندازه‌ی دانش مهمه.

كتابی که در دستتونه، برای افزایش سرعت محاسبات و اعتماد به نفس شما در آزمون‌های مهم علمی پیش روتون نوشتم و تکنیک‌هایی که اینجا آوردم، در این سال‌ها امتحان خودشون رو پس دادن و می‌تونین با خیال راحت روی اونا حساب کنین! اولش شاید یه کم برای بعضی‌هاتون سخت باشه تا با این تکنیک‌ها محاسبات رو انجام بدین اما کافیه تمرین‌های کتاب روحی کنین و علاوه بر اونا یه کم هم تمرین کنین تا قشنگ به روش‌ها مسلط بشین. بعد از اينکه به تکنیک‌ها مسلط شدين، می‌تونین از اونا در همه‌جا استفاده کنین و با قدرت جدیدی که به دست می‌اري، همه‌ی دوستان و رقیب‌هاتون رو شگفت‌زده کنین.

من سعی کردم با کمک تجربه‌ی سال‌های زياد تدریسم، متن کتاب رو تا حد امکان برآتون ساده بنويسم. برای شما که در مقطع متوسطه‌ی اول هستین، همه‌ی مطالب مهمی رو که در کتاب‌های تکنیک‌های ضرب سریع، تکنیک‌های تقسیم سریع، تکنیک‌های جمع و تفریق سریع و تکنیک‌های جذر سریع من وجود داره، در این کتاب جمع کردم و دیگه نیازی به اون کتاب‌ها ندارين. فقط اگه بعضی مطالب رو ياد نگرفتین، می‌تونین با مراجعه به سایت [mehromah.ir](http://mehromah.ir) فیلم‌های آموزشی تکنیک‌های محاسبات سریع من رو تهیه کنین؛ چون بعضی‌ها از طریق دیدن و شنیدن، مطالب رو بهتر یاد می‌گیرن. برای همین این فیلم‌های آموزشی رو هم آماده کردم تا إن شاء الله کمک خوبی برای شما نابغه‌های جوانی باشه که قراره در آینده باعث افتخار کشور عزیزمان باشین.

### سخنی با علاقه‌مندان:

### درباره‌ی ریاضیات سریع MBM

MBM مخفف Mostafa Bagheri's Math methods و یادگار سنت حسن‌های است که تجربیات دوده‌هه آموزش، تحقیق و تدریس ریاضیات از مقطع ابتدایی تا کارشناسی ارشد این حقیر در معتبرترین مراکز آموزشی کشور را در بر می‌گیرد؛ بنابراین در شکل گیری آن، همه‌ی دانش‌آموزان و دانشجویان محترمی که طی سال‌های گذشته در خدمتشان بوده‌ام، نقش بسزایی داشته‌اند و جادارد آرزوی قلبی خود را برای موفقیت و شادکامی آن‌ها تقدیم حضورشان کنم.

ریاضیات سریع MBM شامل سه بخش اصلی با عنوانین زیر است:

۱ هنر محاسبه

۲ هنر حل مسئله

۳ هنر درست اندیشیدن

هر یک از این بخش‌ها ۲۴ شاخص دارد که می‌تواند در رشد، خلاقیت و پرورش ذهن دانش‌پژوهان ۹ تا ۹۹ سال، نقش بسیار مفید، مؤثر و چشمگیری ایفا کند.

## ریاضیات سریع MBM چگونه به وجود آمد؟

همان‌گونه که مستحضرید، دانش‌آموزان و دانشجویان در دوران مختلف تحصیلی با آزمون‌های مختلفی روبرو می‌شوند که بعضی از آن‌ها اهمیت بسیار زیادی دارند؛ به نحوی که می‌توانند سرنوشت افراد را به طور کلی دگرگون کنند. از جمله‌ی آن‌ها می‌توان آزمون‌های تیزهوشان، المپیاد، کنکور سراسری و آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری را نام برد که موفقیت در آن‌ها، پست‌مناسبی را برای ادامه‌ی مسیر تحصیلی تا قله‌های موفقیت فراهم می‌کند.

موفقیت در آزمون‌های علمی بردو پایه‌ی اساسی استوار است:

۱ داشتن دانش کافی و توانایی حل مسئله

۲ سرعت عمل

فکر به وجود آمدن ریاضیات سریع MBM در ذهن من، برای پاسخ‌گویی به دو نیاز اساسی زیر‌شکل گرفت:

۱ بخش‌های هنر حل مسئله و هنر درست اندیشیدن، برای افزایش توانایی حل مسئله در دانش‌آموزان و دانشجویان

۲ بخش هنر محاسبه، برای افزایش سرعت عمل و دقّت در محاسبات

## سخنی با مدیران، معلمان و استادان دانشگاه:

تجربه‌ی سال‌ها تدریس و مشاوره، مرا قاطعانه به این باور رسانده است افرادی که به دنبال ورزش می‌روند و آن‌ها که به ریاضیات روی می‌آورند، از یک نوع انگیزه برخوردارند؛ این انگیزه از لذتی سرچشمه می‌گیرد که بر اثر توانا شدن به انجام کاری برجسته که پیش از آن نامحتمل و ناممکن شمرده می‌شد، به فرد دست می‌دهد. لذتی که هنگام شکستن رکورد شخصی، نصیب شناگر یا دونده‌ای می‌شود، از همان نوعی است که دانش‌آموزان یا دانشجویان پس از موفقیت در حل مسئله‌ای دشوار حس می‌کنند. هرگاه دانش‌آموز یا دانشجویی چنین لذتی را حس کند، سخت‌ترمی کوشید تا طعم خوش آن را دوباره بچشد.

کلاس‌ها و کارگاه‌های آموزشی MBM هم‌اکنون در معتبرترین مراکز آموزشی و مدارس نمونه و آموزشگاه‌های برتر کشور به عنوان یک درس فوق برنامه برگزار می‌شود. مجموعه کتاب‌های آموزشی MBM، به‌گونه‌ای نوشته شده‌اند که به راحتی قابل یادگیری‌اند. چنانچه به تدریس این نکات در حاشیه‌ی کلاس‌های درسی خود علاقه‌مند هستید، می‌توانید با ارسال پیام به آدرس پست الکترونیکی [hamrah.m@gmail.com](mailto:hamrah.m@gmail.com) با من در ارتباط باشید؛ سعی خواهم کرد تجربیات خود را در زمینه‌ی تشکیل و چگونگی برگزاری کلاس برای رده‌های سنی ۹ تا ۹۹ سال در اختیارتان قرار دهم. همچنین تمرین‌های بسیار زیادی به صورت جزوی برای کار در کلاس و کار در منزل، طراحی کرده‌ام که در صورت نیاز، به صورت رایگان برای استفاده در کلاس‌های درس در اختیارتان قرار خواهم داد. کافی است چندتا از این تکنیک‌های را به شاگردان خود آموخت دهید تا به نتایج شگفت‌آور آن‌ها در جذب دانش‌آموزان و دانشجویان به ریاضیات پی ببرید و چنانچه چند محاسبه‌ی دشوار را به طور ذهنی در کلاس انجام دهید، خواهید دید که چگونه مورد توجه قرار می‌گیرید. همچنین خواهشمندم نظرهای ارزشمند خود را به نشانی الکترونیکی [riazia@mehromah.ir](mailto:riazia@mehromah.ir) ارسال یا از طریق SMS به سامانه‌ی ۳۰۰۰۷۲۱۲ اعلام کنید.

سر خدمت تو دارم بخرم به لطف و مفروش که چوبنده کمترافتند به مبارکی غلامی



در اینجا یک درصد داریم (دورقم اعشار) و یک عدد که دو تا صفر جلوی آن قرار دارد. در ابتدا به تعداد صفرها از ممیز کم می‌کنیم (دو تا صفر داریم و دورقم اعشار که یکدیگر را خنثی می‌کنند):  
 $11 \rightarrow 11$   
 $42\% \rightarrow 42$

ضرب به صورت  $11 \times 42$  ساده می‌شود که آن را به راحتی محاسبه می‌کنیم:

$$42 \times 11 = 472$$

مثال

$$43\% \times 1100 = ?$$



### روش دوم: روش قابل اعتماد قدیمی

روش دیگری که برای ضرب یک عدد اعشاری در عددی که تعدادی صفر در سمت راست آن موجود است، مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش قابل اعتماد قدیمی است که یادگیری آن هم بسیار ساده است.

**گام اول:** هم از صفرهای سمت راست عدد صرف نظر می‌کنیم و هم از تعداد ارقام اعشاری (پون ما اعشار ب راست و درستی که نداریم) و فقط تعداد آن‌ها را به خاطر می‌سپاریم.

**گام دوم:** دو عدد صحیح ساده شده‌ی به دست آمده را در یکدیگر ضرب می‌کنیم و حاصل را محاسبه می‌کنیم.

**گام سوم:** در جلوی حاصل، ابتداء به تعداد صفرهای حذف شده در گام اول، صفر قرار می‌دهیم و سپس به تعداد ممیزهای حذف شده در گام اول، ممیز می‌زنیم تا به جواب درست برسیم (دقت کنید اول صفرها را قرار می‌دهیم بعد ممیز می‌زنیم).

**گام اول:** از ممیزها و صفرها صرف نظر می‌کنیم و فقط تعداد آن‌ها را به خاطر می‌سپاریم:

$$(سه تا صفر داشتیم). 11 \rightarrow 11$$

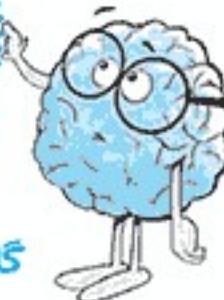
$$(یک رقم اعشار داشتیم). 7/2 \rightarrow 72$$

$$11 \times 72 = 792$$

**گام دوم:** اکنون ضرب ساده شده را محاسبه می‌کنیم:

مثال

$$11000 \times 7/2 = ?$$



**گام سوم:** جلوی عدد حاصل (792) ابتداء به تعداد صفرهای حذف شده در گام اول، صفر قرار می‌دهیم (سه تا صفر)، سپس

$$792 \rightarrow 792000$$

به تعداد ارقام اعشاری، به عدد حاصل ممیز می‌زنیم (یک رقم):

$$792000 \rightarrow 79200/0$$

همان طور که می‌دانید، اگر در سمت راست ممیز رقمه به جز صفر وجود نداشته باشد، صفرها فاقد ارزش‌اند.



در محاسبات، % معادل دو رقم اعشار است.

همان طور که در این بخش گفتیم و در بخش «تکنیک‌های ضرب سریع» به دفعات این موضوع را تکرار خواهیم کرد، محاسبات را بدون % حل کنید و در آخر به احترام % به حاصل، دو رقم ممیز بزنید.

برای محاسبه‌ی % از مقداری کافی است %  $\Delta$  را در آن مقدار ضرب کنیم.

**مثال ۱** ۲۷٪ از بودجه‌ی یک کارخانه‌ی تولیدی صرف توسعه و تحقیقات می‌شود. اگر بودجه‌ی امسال کارخانه ۶۰ میلیون تومان باشد، چه مبلغی صرف توسعه و تحقیق این کارخانه می‌شود؟

۲۷٪  $\times$  ۶۰ = میلیون تومان ?

پاسخ

$$\xrightarrow{\text{در صدرا دور می‌ریزیم}} \text{میلیون تومان } ۱۶۲۰ = ۲۷ \times ۶۰$$

$$\xrightarrow{\text{به احترام در صد دور قم اعشار می‌زنیم}} \text{میلیون تومان } ۱۶/۲$$

پس ۱۶/۲ میلیون تومان صرف توسعه و تحقیق می‌شود؛ یعنی ۱۶,۲۰۰,۰۰۰ تومان.

**مثال ۲** ۴٪ از ۳۲۰۰۰ تومان است، چقدر می‌شود؟

$$\text{تومان ناقابل! } ۲۵۶۰ = ۳۲ \times ۱۰۰ \times ۴\% \times ۲\% = ۳۲ \times \cancel{۱۰۰}^{\frac{۲}{۴}} \times \cancel{۱۰۰}^{\frac{۲}{۴}} \times \cancel{۱۰۰}^{\frac{۲}{۴}}$$

پاسخ

۴٪ مقداری را داشته باشیم، برای پیدا کردن مقدار کل کافی است مقدار را برابر %  $\Delta$  تقسیم کنیم.

**مثال ۳** می‌دانیم ۲۰٪ از مخلوط شکرونمکی رانمک طعام تشکیل داده است. اگر مقدار نمک طعام این مخلوط ۱۰۰ گرم باشد، وزن مخلوط در کل چند گرم است؟

در اینجا وزن ۲۰٪ مخلوط را داریم و می‌خواهیم وزن کل مخلوط را محاسبه کنیم؛ پس کافی است مقدار را برابر ۲۰٪ تقسیم کنیم:

$$100 \div 20\% = \frac{100}{0/20} = \frac{100 \times 100}{0/20 \times 100} = \frac{100 \times \cancel{100}^{\frac{5}{5}}}{\cancel{100}^{\frac{1}{2}}} = 500$$

بنابراین وزن کل برابر ۵۰۰ گرم بوده است.

**۶** هرگاه در مسئله با عده‌های بی‌ریخت کسری و اعشاری و درصدی به گونه‌ای مواجه شدید که زشتی این عده‌ها موجب شد مسئله را نفهمید، برای درک بهتر مسئله و یافتن راه حل، عده‌های مسئله را با عده‌های طبیعی جایگزین کنید تا به شما در یافتن راه حل مناسب کمک کند. نام این استراتژی، **حل مسئله با عده‌های ساده‌تر و مرتبط با مسئله‌ی اصلی** است.

این یکی از استراتژی‌های حل مسئله است که در کتاب استراتژی‌های حل مسئله هم نوشته‌ام. اگر دنبال این تیپ حرکات هستید یا در حل مسائل، دچار مشکل می‌شوید و به قدر کافی علاقه‌مند هستید، حتماً این کتاب را مطالعه کنید.



## تمرين



دستگرمی

۱  $۳۲۱ \times ۱۱ =$

۲  $۲۵۳ \times ۱۱ =$

۳  $۴۰۵ \times ۱۱ =$

۴  $۲۰۶ \times ۱۱ =$

۵  $۵۱۵ \times ۱۱ =$

۶  $۱۱ \times ۷۱۳ =$

۷  $۱۱ \times ۴۲۵۳ =$

۸  $۱۱ \times ۲۱۲۱ =$

۹  $۱۱ \times ۸۱۵۴ =$

۱۰  $۱۱ \times ۳۱۴ =$

۱۱  $۱۱ \times ۸۵۳ =$

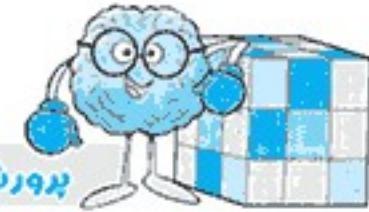
۱۲  $۱۱ \times ۴۵۶۹ =$

۱۳  $۸۵۳۹ \times ۱۱ =$

۱۴  $۷۲۱۴۰۹ \times ۱۱ =$

۱۵  $۱۱ \times ۸۷۵ =$

۱۶  $۹۸۵۲۹ \times ۱۱ =$



پروژه فکری

۱  $۳/۱۴ \times ۱/۱ =$

۲  $۱۱۰ \times ۷۱۳۰ =$

۳  $۳۵/۳ \times ۰/۱۱ =$

۴  $۱۱۰ \times ۴۲۵۳۰ =$

۵  $۴/۰۵ \times ۱/۱ =$

۶  $۱۱\% \times ۲۱۲۱ =$

۷  $۲۰/۶ \times ۱۱ =$

۸  $۸۵/۳۹ \times ۱۱۰ =$

۹  $۵۱۵۰ \times ۱۱۰۰۰ =$

۱۰  $۸۸/۵۷ \times ۱۱۰ =$

$$2/5 \rightarrow 25$$

**گام اول:** چون عدد داده شده اعشاری است، ابتدا اعشار را نادیده می‌گیریم:

$$25 - 1 = 24$$

**گام دوم:** یک واحد از عدد فرد موردنظر کم می‌کنیم:

$$24 \div 2 = 12$$

**گام سوم:** عدد زوج به دست آمده را به راحتی نصف می‌کنیم:

$$12 \rightarrow 12/5$$

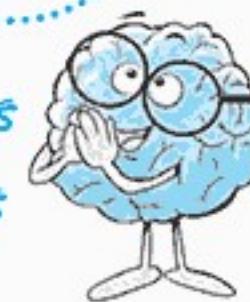
**گام چهارم:** جلوی حاصل یک  $5/5$  / قرار می‌دهیم:

$$12/5 \rightarrow 12/5$$

**گام پنجم:** چون در ابتدای یک رقم اعشار داشتیم به پاسخ به دست آمده یک رقم اعشار اضافه می‌کنیم:

مثال

$$2/5 \div 2 = ?$$



در مورد عدددهای بزرگ نیازی نیست نگران باشید. در بخش «تکنیک‌های تقسیم سریع» به شما خواهم آموخت که می‌شود به راحتی آب خوردن یک عدد غول پیکر را نصف کرد.

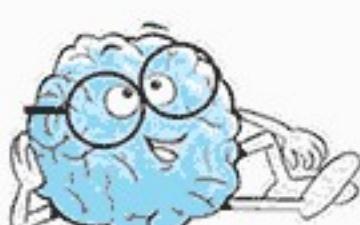
تا اینجا ما چند تکنیک پایه‌ای و ساده را یاد گرفته‌ایم که این تکنیک‌ها به ما کمک می‌کنند که ادامه‌ی بحث را به راحتی دنبال کنیم.

تکنیک‌هایی که از این به بعد می‌آموزیم کمی تخصصی‌تر هستند و یادگیری آن‌ها به ما کمک می‌کند که فاصله‌ی بسیار زیادی را نسبت به بقیه از لحاظ سرعت محاسبات ایجاد کنیم. اگر می‌خواهید به یک نابغه در ریاضیات سریع MBM تبدیل شوید اصلاً نگران نباشید! از الان به بعد تکنیک‌های داده شده به شما این امکان را خواهند داد.

همه‌ی این تکنیک‌ها بسیار ساده هستند و نتیجه‌ی بسیار خوبی را برای شما به ارمغان می‌آورند و سرعت محاسبات شما را به طور چشمگیری افزایش خواهند داد. بعد از آشنایی با تکنیک ضرب سریع در عدد ۵، شما با تکنیک‌هایی آشنا می‌شوید که از لحاظ سرعت، بسیار به شما کمک کرده و محاسبات را برای شما ساده‌تر خواهند کرد. از آن‌ها لذت ببرید! نوش مفتر متفکر تان!

## تکنیک ضرب سریع در ۵

فکر نمی‌کنم در زمینه‌ی محاسبات، هیچ کاری آسان‌تر از ده برابر کردن وجود داشته باشد. چون همان‌طور که می‌دانیم برای محاسبه‌ی ده برابر یک عدد صحیح، کافی است یک صفر جلوی آن قرار دهیم. مثلًا ده برابر عدد ۳ برابر  $3^0$ ، ده برابر عدد ۱۷ برابر  $17^0$  یا ده برابر  $24359^0$  است. ده برابر کردن عدددهای صحیح کاری است که به راحتی برای همه‌ی ما امکان پذیر است. همچنین اگر قرار باشد یک عدد اعشاری را ده برابر کنیم، فقط کافی است یک رقم از اعشار آن کم کنیم؛ یعنی کافی است ممیز آن را یک واحد به سمت راست انتقال دهیم، مثلًا ده برابر عدد  $2/3$  برابر  $2^0$ ، ده برابر  $132/21$  برابر  $132^0$  یا ده برابر عدد  $3/415$  برابر  $3^0$  است. بسیار خوب، در قسمت قبلی هم یاد گرفتیم که چگونه هر عدد دلخواهی را به راحتی نصف کنیم و از طرفی همان‌طور که خودتان می‌دانید ده برابر کردن عدددها هم کار آسانی است. از این وضعیت استفاده می‌کنیم تا حاصل ضرب عدددها در ۵ را به راحتی محاسبه کنیم. برای این کار مراحل زیر را انجام می‌دهیم:



**گام اول:** عدد موردنظر را نصف می‌کنیم.

**گام دوم:** حاصل را ده برابر می‌کنیم.



$$1 \times 4 + 1 \times 4 = 8$$

**گام دوم:** دور در دور + نزدیک را انجام می‌دهیم:

$$1 + 8 = 9$$

حاصل ۸ شد اما یک عدد ۱ هم از قبل داشتیم که باید با آن جمع کنیم (از جایگاه یکان اضافه آمده بود):

$$14 \times 14 = \textcircled{1} \textcircled{9} \textcircled{6}$$

$$1 \times 1 = 1$$

$$14 \times 14 = \textcircled{1} \textcircled{9} \textcircled{6}$$

$$14 \times 14 = 196$$

**گام سوم:** دهگان‌ها را در هم ضرب می‌کنیم:

حاصل را به دست آوردهیم:

تکنیک ضرب سریع در عدد ۱۵ را با هم یاد گرفته‌ایم، اما حالا فرض می‌کنیم آن تکنیک را فراموش کرده‌ایم و

می‌خواهیم از تکنیک جدیدمان استفاده کنیم. خب شروع می‌کنیم:

$$64 \times 15 = \textcircled{6} \textcircled{0} \textcircled{0}$$

صورت مسئله را می‌نویسیم و جلوی آن سه تا جای خالی قرار می‌دهیم:

**گام اول:** رقم‌های یکان را در هم ضرب می‌کنیم (حاصل، رقم یکان جواب خواهد بود:  $4 \times 5 = 20$ ):

حاصل دورقمنی شد؛ پس باید یکان عدد ۲۰ یعنی صفر را در جایگاه یکان قرار دهیم و دهگان آن یعنی عدد ۲ را نگه

$$64 \times 15 = \textcircled{6} \textcircled{0} \textcircled{20}$$

داریم و با جایگاه سمت چپ، جمع کنیم:

$$64 \times 15 = \textcircled{6} \textcircled{0} \textcircled{20}$$

$$6 \times 5 + 4 \times 1 = 34$$

**گام دوم:** دور در دور + نزدیک را انجام می‌دهیم:

حاصل ۳۴ شد اما یک عدد ۲ هم از قبل داشتیم که باید با آن جمع کنیم (از جایگاه یکان اضافه آمده بود)،  $34 + 2 = 36$ ، ولی ۳۶ هم که

دورقمنی است! چه کیم؟ می‌آییم ۶ را در جایگاه دهگان قرار می‌دهیم و ۳ را با عدد جایگاه سمت چپ جمع می‌کنیم:

$$64 \times 15 = \textcircled{6} \textcircled{36} \textcircled{0}$$

$$64 \times 15 = \textcircled{6} \textcircled{36} \textcircled{0}$$

**گام سوم:** دهگان‌ها را در هم ضرب کرده ( $6 \times 1 = 6$ ) و سه تا هم از جایگاه قبلی اضافه آورده بودیم که با آن جمع می‌کنیم:

$$64 \times 15 = \textcircled{9} \textcircled{6} \textcircled{0}$$

$$64 \times 15 = 960$$

حاصل را به دست آوردهیم:

**گام اول:** در اینجا با ضرب عددهای اعشاری مواجه شده‌ایم که دیگه فوراً کمون شده! اول اعشار را دور می‌ریزیم و سپس

$$94 \times 12 = \textcircled{9} \textcircled{0} \textcircled{0}$$

صورت مسئله را می‌نویسیم و جلوی آن سه تا جای خالی قرار می‌دهیم:

$$4 \times 2 = 8$$

**گام دوم:** رقم‌های یکان را در هم ضرب می‌کنیم (در یکان عدد حاصل قرار می‌دهیم):

$$94 \times 12 = \textcircled{9} \textcircled{0} \textcircled{8}$$

$$9 \times 2 + 1 \times 4 = 22$$

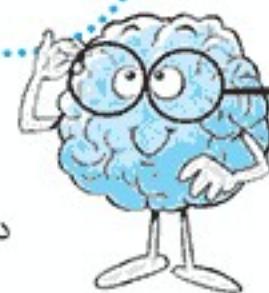
**گام سوم:** دور در دور + نزدیک را انجام می‌دهیم:

حاصل دورقمنی است، یکان را می‌نویسیم و دهگان را با عدد جایگاه سمت چپ جمع می‌کنیم.

$$94 \times 12 = \textcircled{9} \textcircled{22} \textcircled{8}$$

**مثال**

$$64 \times 15 = ?$$



**مثال**

$9/4 \times 1/2 = ?$

## امتحان ضرب

خیلی از مواقع برای ما پیش می‌آید که بخواهیم بدانیم آیا ضربی که خودمان انجام داده‌ایم یا کس دیگری انجام داده است، درست بوده یا نه. و اما به عنوان آخرین تکنیک در این بخش می‌خواهم به شما روشی را یاد بدهم که با استفاده از آن بتوانید به سرعت، درستی عملیات ضرب را بررسی کنید. این تکنیک به صورت یک راز در طی سالیان دراز بین کسانی که کارهای مربوط به حساب را انجام می‌دادند، حفظ شده است. حسابداران برای اینکه محاسبات خود یا حسابداران دیگر را به سرعت بررسی کنند از این راز استفاده می‌کردند و همچنین این تکنیک را به عنوان رمز و رموز کار خود حفظ می‌کردند و به غیر خودشان یاد نمی‌دادند. این تکنیک خیلی ساده و سریع است و چنانچه ضربی را اشتباه انجام داده باشیم به سرعت آن را مشخص می‌کند. برای اینکه این روش را بیاموزیم ابتدا با یک تعریف آشنا می‌شویم.

**تعریف** > اگر همه‌ی رقم‌های یک عدد را نقدر با هم جمع کنیم تا به یک عدد یک رقمی برسیم، به عدد یک رقمی به دست آمده جمع نهایی آن عدد می‌گویند.

### مثال

جمع نهایی عدد ۲۳۴ چند است؟

$$2+3+4=9$$

کافی است ارقام عدد ۲۳۴ را با هم جمع کنیم:

پس جمع نهایی عدد ۲۳۴ برابر ۹ است.

### مثال

جمع نهایی عدد ۸۴ چند است؟

$$8+4=12$$

ارقام عدد ۸۴ را با هم جمع می‌کنیم:

اما هنوز به جواب نرسیده‌ایم. چون حاصلی که به دست آورده‌ایم، یک عدد دورقمی است و باید دورقم آن را باز با هم جمع کنیم تا آنجا که به

$$1+2=3$$

یک عدد یک رقمی برسیم. پس ارقام عدد ۱۲ را با هم جمع می‌کنیم:

پس جمع نهایی عدد ۸۴ برابر ۳ است.

### مثال

جمع نهایی عدد ۵۶۲۳۷ چند است؟

$$5+6+2+3+7=23$$

شروع می‌کنیم ارقام را نقدر با هم جمع می‌کنیم تا به یک عدد یک رقمی برسیم:

$$2+3=5$$

پس جمع نهایی عدد ۵۶۲۳۷ برابر عدد ۵ است.

## تکنیک امتحان ضرب

شرط لازم برای درست انجام شدن یک ضرب این است که جمع نهایی عددهای طرفین تساوی با هم برابر باشند.

### نکته:

۱ برابر بودن جمع نهایی طرفین تساوی، شرط لازم برای درست انجام شدن یک ضرب است ولی کافی نیست. به این معنی که اگر جمع نهایی طرفین تساوی با هم برابر نباشد، حتماً ضرب اشتباه است.

همچنین اگر می‌دانیم اشتباه خیلی فاحشی در ضرب انجام نداده‌ایم از مساوی بودن جمع نهایی طرفین تساوی بااحتیاط می‌توانیم نتیجه‌گیری کنیم که ضرب را درست انجام داده‌ایم.

۲ در محاسبه‌ی جمع نهایی عددها برای امتحان ضرب، هرجا به عدد ۹ رسیدیم، می‌توانیم به جای آن عدد صفر را قرار دهیم. این نکته سرعت ما را خیلی بیشتر می‌کند.



## تمرين



دستگرمی

۱  $48 \div 4 =$

۲  $68 \div 4 =$

۳  $108 \div 4 =$

۴  $132 \div 4 =$

۵  $260 \div 4 =$

۶  $96 \div 4 =$

۷  $56 \div 4 =$

۸  $140 \div 4 =$

۹  $220 \div 4 =$

۱۰  $64 \div 4 =$

۱۱  $72 \div 4 =$

۱۲  $380 \div 4 =$

۱۳  $340 \div 4 =$

۱۴  $420 \div 4 =$



پرسش فکری

۱  $440 \div 40 =$

۲  $17/8 \div 0/4 =$

۳  $3600 \div 400 =$

۴  $14/4 \div 4 =$

۵  $112 \div 4 =$

۶  $222 \div 4 =$

۷  $94 \div 4 =$

۸  $81 \div 4 =$

۹  $444 \div 40 =$

۱۰  $98 \div 400 =$

## تکنیک تقسیم سریع بر ۸

برای تقسیم سریع عددی بر ۸ آن عدد را در  $\frac{1}{4}$  ضرب کرده و یک رقم اعشار می‌زنیم:



### پادآوری > تکنیک ضرب سریع در $\frac{1}{4}$

برای به دست آوردن حاصل ضرب عدد در  $\frac{1}{4}$  کافی است عدد را با  $\frac{1}{4}$  خودش جمع کنیم. مثلًا  $\frac{1}{4}$  عدد ۱۲ برابر است با ۱۲ به علاوه‌ی  $12 \times \frac{1}{4}$  یعنی ۳ که مجموعشان ۱۵ می‌شود.

$$28 \times 1\frac{1}{4} = 28 + 7 = 35$$

$$35 \rightarrow 3/5$$

**گام اول:** عدد را در  $\frac{1}{4}$  ضرب می‌کنیم:

**گام دو:** یک رقم اعشار می‌زنیم:



$$140 \times 1\frac{1}{4} = 140 + 35 = 175$$

$$175 \rightarrow 17/5$$

**گام اول:** عدد را در  $\frac{1}{4}$  ضرب می‌کنیم:

**گام دو:** یک رقم اعشار می‌زنیم:



## فصل ۲

## تکنیک‌های کلی تقسیم سریع

در این بخش تکنیک‌هایی را پیوتوں آموزش میدم که کاربرد بیشتری دارند. آنکه در این به روش کلی خوب می‌گردیدن که همه‌ها بشه از اون استفاده کرد، در این فصل با اون ملاقات فواهی‌های کرد. بله، تکنیک تقسیم سریع با تیپ پریدا این فوایدی شما را برآورده می‌کند؛ پس یه نفس عمیق بکشین و سعی کنید این تکنیک و این فصل رو با هوصله و وقت زیار مطالعه کنید.

## تکنیک تقسیم سریع با دسته‌بندی ۱

می‌دونیدن چه؟ واقعیت اینه که در اغلب موارد پیزی که به ما کمک می‌کند یه محاسبه رو سریع تر و راهت‌تر انجام بدم اینه که به های یه محاسبه‌ی نسبتاً دشوار، پنداشتهای ساده‌تر انجام بدم و فرمون رو به بواب برسونیم.

در این تکنیک هم سعی می‌کنیم از این موضوع استفاده کنیم. این تکنیک، یه تکنیک بسیار بسیار مومه که از اون در فیلم باهای دیکه هم استفاده می‌کنیم. روش کار رو برآتون می‌کنم و بعد پنداشتمان هم می‌کنم تا با اون به طور کامل آشنا بشیم.



**گام اول:** عدد مقسوم موردنظر را به صورت مجموع دو عدد خوش‌تیپ می‌نویسیم.

**گام دوم:** دو عدد خوش‌تیپ را، تک‌تک بر مقسوم‌علیه تقسیم کرده و حاصل هر کدام را به دست می‌آوریم.

**گام سوم:** جواب‌های به دست آمده را با هم جمع می‌کنیم.

**نکته‌ی مهم:** برای افزایش سرعت محاسبه، وقتی می‌خواهیم عدد مقسوم را به صورت مجموع دو عدد بنویسیم باید:

۱ سعی کنیم دو عددی را که انتخاب می‌کنیم یکی بزرگ‌تر از دیگری باشد و تا جای ممکن به عدد اصلی نزدیک باشد.

۲ حاصل تقسیم عدد بزرگ‌تر باید حتماً در ذهن به سرعت نقش بیندد. لازم است مطمئن باشیم این عدد بزرگ‌تر که به عدد اصلی نزدیک است، بر مقسوم‌علیه بخشنود است.

**گام اول:** مقسوم را به صورت مجموع دو عدد دلخواه می‌نویسیم. بهترین چیزی که خیلی سریع به ذهن می‌رسد این است که عدد ۱۱۸ را به صورت  $100 + 18$  بنویسیم:

مثال

$$118 \div 2 = ?$$

**گام دوم:** دو عدد جدید را تک‌تک بر ۲ تقسیم می‌کنیم و حاصل هر کدام را به دست می‌آوریم:

$$100 \div 2 = 50, 18 \div 2 = 9$$

**گام سوم:** جواب‌های را با هم جمع می‌کنیم تا به جواب نهایی برسیم:



$$118 \div 2 = (100 + 18) \div 2 = (100 \div 2) + (18 \div 2) = 50 + 9 = 59$$

خط فکری:



## نکات مربوط به تکنیک تقسیم سریع بر ۳ با تیپ جدید

۱ به این تقسیم‌ها نگاه کنید:

$$۰ \div ۳ = \frac{۰}{۳} = ۰ \quad \blacksquare$$

$$\blacksquare ۱ \div ۳ = \frac{۱}{۳} = ۰.\overline{3} = ۰.333\dots$$

۲ باقی‌مانده‌ی نهایی تقسیم هر عدد دلخواه طبیعی بر ۳ فقط می‌تواند ۰، ۱ یا ۲ باشد.

از نکات بالا می‌توانیم به این جمع‌بندی برسیم: هرگاه می‌خواهیم عددی را بر ۳ تقسیم کنیم ابتدا با تیپ جدید تقسیم می‌کنیم تا به باقی‌مانده‌ی نهایی برسیم.

۱ اگر باقی‌مانده‌ی نهایی صفر بود: تقسیم تمام شده است.

۲ اگر باقی‌مانده‌ی نهایی تقسیم ۱ بود: لازم نیست تقسیم را ادامه دهیم فقط کافی است  $\bar{2}$ /جلوی خارج قسمت قرار دهیم؛ یعنی جلوی خارج قسمت تا بی‌نهایت مرتبأ عدد ۳ تکرار می‌شود.

۳ اگر باقی‌مانده‌ی نهایی تقسیم ۲ بود: لازم نیست تقسیم را ادامه دهیم فقط کافی است  $\bar{6}$ /جلوی خارج قسمت قرار دهیم؛ یعنی جلوی خارج قسمت قرار دهیم؛ یعنی جلوی خارج قسمت تا بی‌نهایت مرتبأ عدد ۶ تکرار می‌شود.

$$17^{\textcolor{blue}{\checkmark}} \div ۳ = ۵$$

**گام اول:** تقسیم را با تیپ جدید انجام می‌دهیم:

**گام دوم:** حاصل تقسیم برابر ۵ و باقی‌مانده‌ی نهایی برابر ۲ شده است. دیگر تیازی نیست تقسیم را ادامه دهیم چون باقی‌مانده‌ی نهایی برابر ۲ شده است.

با توجه به نکته‌ی بالا فقط کافی است یک  $\bar{6}$ /جلوی خارج قسمت قرار دهیم:

**مثال**

$$17 \div ۳ = ?$$





در اینجا می‌بینیم که عدد ۸۴ با مقلوب خود یعنی ۴۸ جمع می‌شود. پس برای رسیدن به جواب، کافی است مراحل

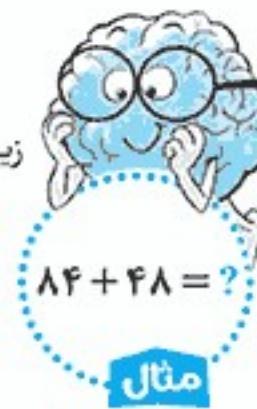
زیرا انجام دهیم:

$$84 \rightarrow (8+4=12)$$

**گام اول:** دورقم عدد را با هم جمع می‌کنیم:

$$12 \times 11 = 132$$

**گام دوم:** کافی است عدد به دست آمده را در ۱۱ ضرب کنیم (که براتون مثل آب قور نه):



$$84 + 48 = (8+4) \times 11 = 132$$

**خط فکری:**

$$8+2=10$$

**گام اول:** دورقم را با هم جمع می‌کنیم:

$$10 \times 11 = 110$$

**گام دوم:** حاصل را در ۱۱ ضرب می‌کنیم:

$$28 + 82 = ?$$

$$28 + 82 = (8+2) \times 11 = 110$$

**خط فکری:**

$$5+2=7$$

**گام اول:** دورقم را با هم جمع می‌کنیم:

$$7 \times 11 = 77$$

**گام دوم:** حاصل را در ۱۱ ضرب می‌کنیم:

$$25 + 52 = ?$$

$$25 + 52 = (5+2) \times 11 = 77$$

**خط فکری:**

اگر دقت کنید قسمت اعشاری عدد را دورقمی مقلوب هستند؛ پس قسمت عدد صحیح را با هم و

بعد قسمت اعشاری را با هم جمع می‌کنیم:

$$7+6=13$$

**گام اول:** جمع قسمتهای صحیح:

**گام دوم:** برای جمع قسمتهای اعشاری از روش خودمان استفاده می‌کنیم:

$$43 + 34 = (4+3) \times 11 = 77$$

$$6/43 + 7/34 = 13/77$$

$$6/43 + 7/34 = ?$$




**تمرین**


دستگرمی

۱  $17 + 71 =$

۲  $92 + 29 =$

۳  $12 + 21 =$

۴  $28 + 83 =$

۵  $23 + 32 =$

۶  $67 + 76 =$

۷  $35 + 53 =$

۸  $88 + 88 =$

۹  $42 + 24 =$

۱۰  $58 + 85 =$

۱۱  $62 + 26 =$

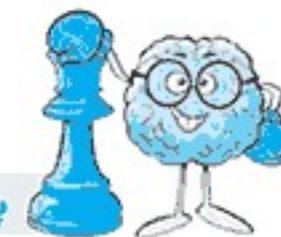
۱۲  $77 + 77 =$

۱۳  $51 + 15 =$

۱۴  $87 + 78 =$

۱۵  $81 + 18 =$

۱۶  $99 + 99 =$



آدراش فکری

۱  $210 + 120 =$

۲  $3200 + 2200 =$

۳  $4/1 + 1/4 =$

۴  $8/5 + 5/8 =$

۵  $0/81 + 0/16 =$

۶  $0/92 + 0/29 =$

۷  $7/2 + 2/7 =$

۸  $6/43 + 7/34 =$

۹  $10/59 + 0/95 =$

۱۰  $18/67 + 1/76 =$



## تکنیک تفریق با تفریق بیشتر

این تکنیک زمانی بهترین نتیجه را می‌دهد که می‌خواهیم عددی را از عدد دیگر که کمی کوچک‌تر از مضارب  $10^0$  است، کم کنیم. در اینجا بهتر است مضرب صحیح  $10^0$  را که نزدیک عدد مورد نظر است، از آن کم کنیم، سپس میزان تفاوت رابه حاصل اضافه کنیم که مراحل انجام این کار در پایین خواهد آمد. این تکنیک بسیار ساده‌تر از آن است که به نظر می‌آید.



**گام اول:** مضرب  $10^0$  که نزدیک به  $85$  باشد، خود عدد  $100$  است.  $100$  را از عدد موردنظر کم می‌کنیم:

$$251 - 100 = 151$$

**گام دوم:** مقدار اختلاف  $85$  را از مضرب  $10^0$  که اینجا همان  $100$  است به حاصل اضافه می‌کنیم:

$$100 - 85 = 15 \Rightarrow 151 + 15 = 166$$

مثال

$$251 - 85 = ?$$

**گام اول:** مضرب  $10^0$  که نزدیک به  $193$  باشد، عدد  $200$  است.  $200$  را از عدد موردنظر کم می‌کنیم:

**گام دوم:** مقدار اختلاف  $193$  را از مضرب  $10^0$  که  $200$  است، به حاصل اضافه می‌کنیم:

$$200 - 193 = 7 \Rightarrow 224 + 7 = 231$$

مثال

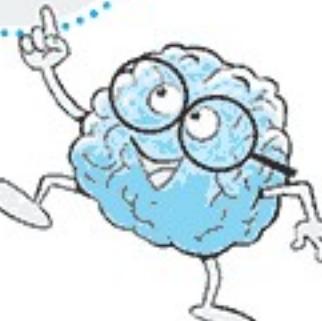
$$424 - 193 = ?$$

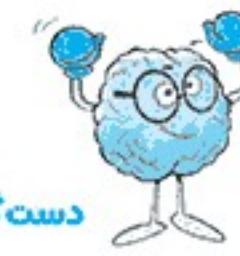
**گام اول:** مضرب  $10^0$  که نزدیک به  $578$  باشد، عدد  $600$  است.  $600$  را از عدد موردنظر کم می‌کنیم:

$$966 - 600 = 366$$

**گام دوم:** مقدار اختلاف  $578$  را از مضرب  $10^0$  که  $600$  است، به حاصل اضافه می‌کنیم:

$$600 - 578 = 22 \Rightarrow 366 + 22 = 388$$



 تمرین


۱  $141 - 88 =$

۲  $550 - 183 =$

۳  $265 - 96 =$

۴  $222 - 289 =$

۵  $253 - 95 =$

۶  $246 - 93 =$

۷  $431 - 185 =$

۸  $373 - 197 =$

۹  $375 - 191 =$

۱۰  $424 - 298 =$

۱۱  $511 - 287 =$

۱۲  $526 - 89 =$

۱۳  $424 - 296 =$

۱۴  $266 - 95 =$

دست گرمی



آورش فکری

۱  $825 - 275 =$

۲  $712 - 188 =$

۳  $746 - 399 =$

۴  $851 - 478 =$

۵  $963 - 585 =$

۶  $960 - 232 =$

۷  $624 - 92 =$

۸  $583 - 316 =$



در مورد  $\sqrt{31}$  هم از ذهنمان کمک می‌خواهیم:

$$5 \times 5 = 25, 6 \times 6 = 36$$

از آنجایی که:

$$25 < 31 < 36 \Rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{31} < \sqrt{36} \Rightarrow 5 < \sqrt{31} < 6$$

پس حاصل  $\sqrt{31}$  عددی خواهد بود که از ۵ بزرگ‌تر و از ۶ کوچک‌تر است اما دقیقاً چقدر است؟! فعلانمی‌دانیم.

در مورد  $\sqrt{15}$  و  $\sqrt{84}$  هم جست‌وجوی ذهنی ما به نتایج زیر می‌رسد:

$$9 < 15 < 16 \Rightarrow 3 < \sqrt{15} < 4$$

$$81 < 84 < 100 \Rightarrow 9 < \sqrt{84} < 10$$

## موانع نوع دوم

تا اینجا با مواردی برخورده‌ایم که فقط توانستیم تخمین بزنیم حاصل جذر این عدد‌ها در چه محدوده‌ای قرار دارد و پاسخ دقیق‌تری را نتوانستیم پیدا کنیم؛ مثلاً در مورد  $\sqrt{84}$  فقط توانستیم حدود عدد حاصل را تخمین بزنیم. در بسیاری از موارد حتی تخمین زدن حدود جواب هم برایمان کار بسیار مشکلی است.

آیا می‌تونیم فوری به من بگین  $\sqrt{230}$ ،  $\sqrt{980}$ ،  $\sqrt{1392}$ ،  $\sqrt{2014}$ ،  $\sqrt{17583}$  پقدرتیم؟ می‌دونم که درین به در و دیوار نگاه می‌کنیم! بله، در اینها با موانع نوع دو<sup>۳</sup> برفورده‌ایم. در موانع نوع دو<sup>۳</sup> نه تنها نمی‌توانیم حاصل پذیر رو هساب کنیم، حتی نمی‌توانیم حاصل رو با دقت فوبی تفمین بزنیم. ولی اشکال نداره، فراموش هم بگفتون! بهزادی می‌توانیم این کار رو هم انجام بدم.

این موانع رو در دو مرحله از سرراه برمی‌داریم:

**مرحله‌ی اول:** یاد می‌گیریم که پطوری به سرعت مربع یه عدد (لفواه رو در ذهنمون مهاسبه کنیم. این موضوع بعمون کمک می‌کنه تا بتونیم وقتی می‌فواهیم مثلاً  $\sqrt{1392}$  رو مهاسبه کنیم، فقط به در و دیوار نگاه نگنیم و مثل  $\sqrt{84}$  هر اقل یه تفمین فوب راهی به پاسخ به دست بیاریم. در ضمن شاید فیلی وقت‌ها همین دو نسبت محدوده‌ی پاسخ هم کار ما رو راه بندازه. در فصل‌های ۲ و ۳ این بخش، شما رو با بهترین روش‌ها برای مهاسبه‌ی سریع عده‌ها که به ما در تفمین محدوده‌ی پاسخ پذیرها کمک می‌کنه، آشنا می‌کنم.

**مرحله‌ی دو<sup>۳</sup>:** به شما یاد میدم که پطوری بعد از اینکه محدوده‌ی پاسخ پذیر رو پیدا کردیم، فودتون رو به پاسخ واقعی پرسونین. فصل پچارم این بخش به همین موضوع اختصاص داره؛ پس با من همراه باشین.



$$31 \rightarrow 3$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{چنگان} \end{array}$$

ابتدا یکان عدد موردنظر یعنی ۱ را حذف می‌کنیم:

محاسبه‌ی یکان: همیشه برابر ۱ است:

**مثال**

$$31 \times 31 = ?$$

$$3 \times 2 = 6$$

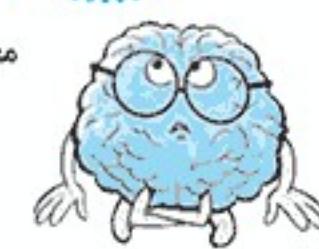
محاسبه‌ی دهگان: برای محاسبه‌ی دهگان حاصل کافی است ۳ را دو برابر کنیم:

محاسبه‌ی چنگان: برای محاسبه‌ی چنگان کافی است عدد ۳ را در خودش ضرب کنیم:

$$3 \times 3 = 9$$

$$\begin{array}{r} 9 & 6 & 1 \\ \hline \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{چنگان} \end{array}$$

$$31 \times 31 = 961$$



$$61 \rightarrow 6$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{چنگان} \end{array}$$

ابتدا عدد ۱ را حذف می‌کنیم:

محاسبه‌ی یکان: همیشه برابر ۱ است:

**مثال**

$$61 \times 61 = ?$$

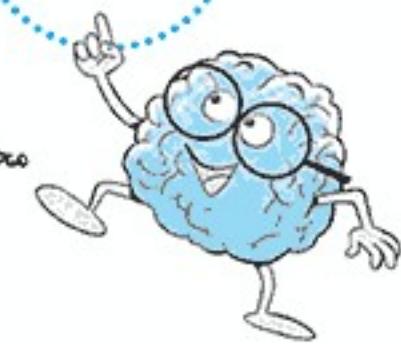
$$6 \times 2 = 12$$

$$\begin{array}{r} 12 & 1 \\ \hline \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{چنگان} \end{array}$$

محاسبه‌ی دهگان: کافی است عدد ۶ را دو برابر کنیم:

$$6 \times 6 = 36 \qquad 61 \times 61 = \frac{36}{\begin{array}{r} 12 & 1 \\ \hline \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{چنگان} \end{array}}$$

محاسبه‌ی چنگان: کافی است عدد ۶ را در خودش ضرب کنیم:



صبر کنید. در اینجا حاصل دهگان دورقیمی شده است اما همان طور که در نکته‌ی ۱ گفتیم، جایگاه دهگان، یک جایگاه یک رقمی است؛ پس برای اینکه به جواب درست برسیم، باید یکان این عدد یعنی ۲ را در جایگاه دهگان نگه داریم و دهگان آن یعنی ۱ را با چنگان جمع کنیم:

$$\begin{array}{r} + \\ \overline{36} \\ \downarrow \\ 12 \\ \hline \begin{array}{r} 37 \\ \rightarrow \\ \begin{array}{r} 27 & 2 & 1 \\ \hline \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{چنگان} \\ (36+1) & & \end{array} \end{array} \end{array}$$

$$61 \times 61 = 3721$$

$$121 \rightarrow 12$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{چنگان} \end{array}$$

ابتدا رقم یکان یعنی ۱ را نادیده می‌گیریم:

محاسبه‌ی یکان: همیشه برابر ۱ است:

**مثال**

$$121 \times 121 = ?$$

$$12 \times 2 = 24$$

$$\begin{array}{r} 24 & 1 \\ \hline \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{چنگان} \end{array}$$

محاسبه‌ی دهگان: عدد ۱۲ را دو برابر می‌کنیم:

$$12 \times 12 = 144$$

محاسبه‌ی چنگان: کافی است ۱۲ را در خودش ضرب کنیم:

با چنگان جمع کنیم:

$$\begin{array}{r} + \\ \overline{144} \\ \downarrow \\ 24 \\ \hline \begin{array}{r} 146 & 4 & 1 \\ \rightarrow & \begin{array}{r} 146 & 4 & 1 \\ \hline \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{چنگان} \end{array} \end{array} \end{array}$$

$$121 \times 121 = 14641$$





طبق معمر مربوط به این تکنیک، اول نگاه می‌کنیم که این عدد چقدر از ۵۰ بزرگ‌تر است: ۴ تا از ۵۰ بزرگ‌تر است:

$$4 = \text{عدد معز}$$

$$25 + 4 = 29$$

$$4 \times 4 = 16$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 4 \\ \hline 16 \\ \text{دوگان راست} \quad \text{چنگان} \end{array}$$

$$54 \times 54 = 2916$$

محاسبه‌ی چنگان: کافی است عدد معرا با ۲۵ جمع کنیم:

محاسبه‌ی دوگان راست: کافی است عدد معرا در خودش ضرب کنیم:

کافی است چنگان و دوگان راست را به ترتیب کنار هم قرار دهیم:



سرعت این تکنیک‌ها فیلی‌ها رو دیوونه کرده!

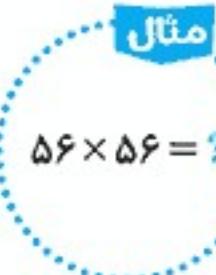
$$56 - 50 = 6$$

$$25 + 6 = 31$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$56 \times 56 = 3136$$

عدد معرا به دست می‌آوریم:



محاسبه‌ی چنگان: عدد معرا با ۲۵ جمع می‌کنیم:

محاسبه‌ی دوگان راست: عدد معرا در خودش ضرب می‌کنیم:

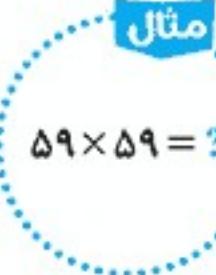
$$59 - 50 = 9$$

$$25 + 9 = 34$$

$$9 \times 9 = 81$$

$$59 \times 59 = 3481$$

عدد معرا پیدا می‌کنیم:



محاسبه‌ی چنگان: عدد معرا با ۲۵ جمع می‌کنیم:

محاسبه‌ی دوگان راست: عدد معرا در خودش ضرب می‌کنیم:

$$62 - 50 = 12$$

اول عدد معرا محاسبه می‌کنیم؛ یعنی می‌بینیم این عدد چقدر از ۵۰ بزرگ‌تر است:

$$25 + 12 = 37$$

محاسبه‌ی چنگان: کافی است عدد معرا با ۲۵ جمع کنیم:

$$12 \times 12 = 144$$

محاسبه‌ی دوگان راست: کافی است عدد معرا در خودش ضرب کنیم:

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 12 \\ \hline 144 \\ \text{دوگان راست} \quad \text{چنگان} \end{array}$$

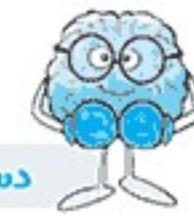
خواهد شد.



کار ما تمام شد، اما حاصلی که برای دوگان راست به دست آورده‌ایم سه رقمی شده است، درحالی که دوگان راست فقط جای دورقم دارد. در

اینجا کافی است اضافه‌ی دوگان را با چنگان جمع کنیم:

$$\begin{array}{r} 62 \times 62 = 37 \\ \underline{+} \\ \underline{144} \longrightarrow \underline{37} + \underline{1} \quad 44 \\ 62 \times 62 = 3844 \end{array}$$

**تمرين** (۱-۲)


دست‌گرمی

۱  $44 \times 44 =$

۲  $41^2 =$

۳  $46 \times 66 =$

۴  $66^2 =$

۵  $48 \times 48 =$

۶  $44^2 =$

۷  $41 \times 41 =$

۸  $48^2 =$

۹  $47 \times 47 =$

۱۰  $47^2 =$

۱۱  $49 \times 49 =$

۱۲  $46^2 =$

۱۳  $43 \times 43 =$

۱۴  $43^2 =$

۱۵  $42 \times 42 =$

۱۶  $49^2 =$



پروژه فکری

۱  $4/2 \times 4/2 =$

۲  $0/47 \times 0/47 =$

۳  $4/6 \times 46\% =$

۴  $4/8 \times 4/800 =$

۵  $440 \times 4400 =$

۶  $4/1 \times 4/1 =$

۷  $0/49 \times 4/9 =$

۸  $4/6 \times 46000 =$

۹  $43 \times 430 =$

۱۰  $4500 \times 450\% =$



## تکنیک محاسبه‌ی سریع مربع عددهایی که کمی از ۲۰۰ کوچک‌ترند.

«برای محاسبه‌ی سریع مربع عددهایی که کمی از ۲۰۰ کوچک‌ترند، مهم این است که چقدر از ۲۰۰ کوچک‌ترند.»

این مقدار را عدد معرب می‌نامیم. پاسخ از دو قسمت تشکیل می‌شود که می‌توانیم از روش زیر برای محاسبه‌ی حاصل استفاده کنیم:

$$\frac{?}{دوگان\ راست} \quad \frac{?}{چنگان} = ^2(\text{عددهایی که کمی از } 200 \text{ کوچک‌ترند}).$$

■ برای محاسبه‌ی چنگان: کافی است چهار برابر عدد معرب را از ۴۰۰ کم کنیم.

■ برای محاسبه‌ی دوگان راست: کافی است عدد معرب را در خودش ضرب کنیم.

$$200 - 193 = 7$$

$$400 - 4 \times 7 = 400 - 28 = 372$$

$$7 \times 7 = 49$$

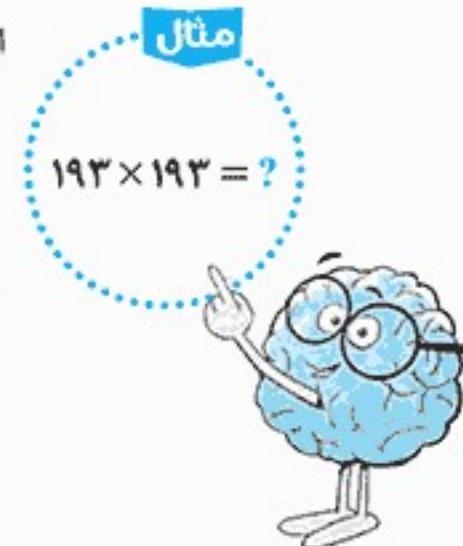
$$193 \times 193 = 37249$$

ابتدا عدد معرب را محاسبه می‌کنیم:

محاسبه‌ی چنگان: چهار برابر عدد معرب را از ۴۰۰ کم می‌کنیم:

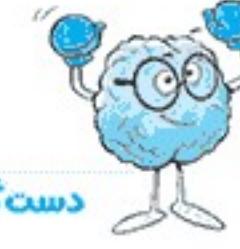
محاسبه‌ی دوگان راست: عدد معرب را در خودش ضرب می‌کنیم:

حالا عددهای به دست آمده را به ترتیب کنار هم قرار می‌دهیم:



برای محاسبه‌ی سریع مربع عددهایی که کمی از ۳۰۰ یا از ۴۰۰ بزرگ‌تر باشند، په نظری داریم! یه کم فکر کنین و از الگوهای داره شده استفاده کنین. قول میدیم فورتون بتونین الگوی محاسبات سریع اونا را به دست بیارین. وقت رو تلف کنین، همین الان شروع کنین. اول یه بیت مهر بکین و.... .




  
تمرین

دستگرمی

۱  $11 \times 11 =$

۲  $۳۱^۲ =$

۳  $۲۱ \times ۲۱ =$

۴  $۹۱^۲ =$

۵  $۴۱ \times ۴۱ =$

۶  $۸۱^۲ =$

۷  $۳۱ \times ۳۱ =$

۸  $۴۱^۲ =$

۹  $۵۱ \times ۵۱ =$

۱۰  $۱۰۱^۲ =$

۱۱  $۷۱ \times ۷۱ =$

۱۲  $۱۲۱^۲ =$

۱۳  $۸۱ \times ۸۱ =$

۱۴  $۷۱^۲ =$

۱۵  $۶۱ \times ۶۱ =$

۱۶  $۴۱^۲ =$

پورش فکری



۱  $۱۹ \times ۱۹ =$

۲  $۳۹^۲ =$

۳  $۲۹ \times ۲۹ =$

۴  $۹۹^۲ =$

۵  $۴۹ \times ۴۹ =$

۶  $۷۹^۲ =$

۷  $۳۹ \times ۳۹ =$

۸  $۶۹^۲ =$

۹  $۵۹ \times ۵۹ =$

۱۰  $۱۰۹^۲ =$

۱۱  $۶۹ \times ۶۹ =$

۱۲  $۵۹^۲ =$

۱۳  $۹۹ \times ۹۹ =$

۱۴  $۲۹^۲ =$

۱۵  $۷۹ \times ۷۹ =$

۱۶  $۱۹^۲ =$



تکنیک محاسبه‌ی سریع مربع عدددهایی که رقمر یکان آن‌ها ۴ یا ۶ باشد.

**گام اول:** به عددمان چهار واحد اضافه و چهار واحد از آن کم می‌کنیم تا دو عدد جدید به دست آید.



**گام دوم:** دو عدد جدید را درهم ضرب می‌کنیم.

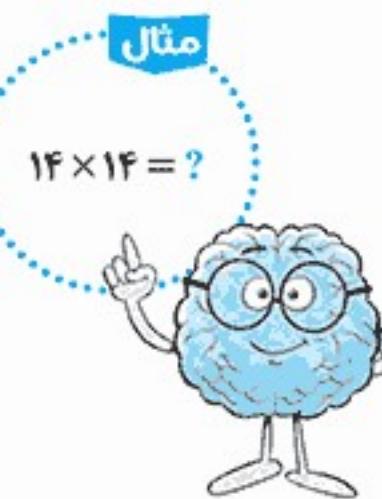
**گام سوم:** به حاصل ۱۶ واحد اضافه می‌کنیم.

**گام اول:** ۴ واحد به عدد اضافه و ۴ واحد از آن کم می‌کنیم تا دو عدد جدید به دست آید:

$$14 \left\{ \begin{array}{l} +4 \rightarrow 18 \\ -4 \rightarrow 10 \end{array} \right.$$

**گام دوم:** دو عدد جدید به وجود آمده را درهم ضرب می‌کنیم (این ضرب بدربر قبلي آسونه):

$$\begin{array}{r} 14 \xrightarrow{+4} 18 \\ 14 \xrightarrow{-4} 10 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{ضرب می‌کنیم}} 18 \times 10 = 180$$



$$180 + 16 = 196$$

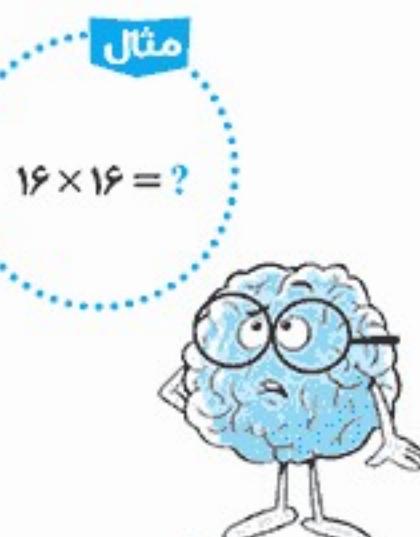
**گام سوم:** به حاصل ۱۶ واحد اضافه می‌کنیم:

**گام اول:** ۴ واحد به عدد اضافه و ۴ واحد از آن کم می‌کنیم تا دو عدد جدید به دست آید:

$$16 \left\{ \begin{array}{l} +4 \rightarrow 20 \\ -4 \rightarrow 12 \end{array} \right.$$

**گام دوم:** دو عدد جدید به دست آمده را درهم ضرب می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 16 \xrightarrow{+4} 20 \\ 16 \xrightarrow{-4} 12 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{ضرب می‌کنیم}} 20 \times 12 = 240$$



$$240 + 16 = 256$$

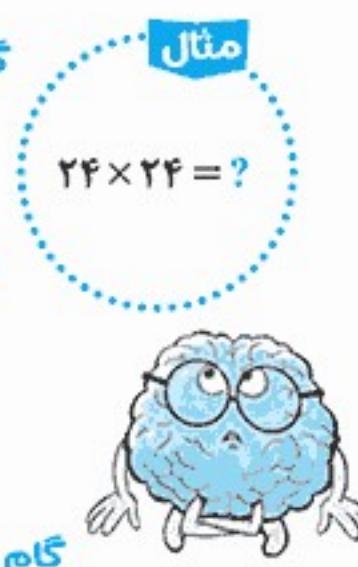
**گام سوم:** به حاصل ۱۶ واحد اضافه می‌کنیم:

**گام اول:** ۴ واحد به عدد اضافه و ۴ واحد از آن کم می‌کنیم تا دو عدد جدید به دست آید:

$$24 \left\{ \begin{array}{l} +4 \rightarrow 28 \\ -4 \rightarrow 20 \end{array} \right.$$

**گام دوم:** دو عدد جدید به دست آمده را درهم ضرب می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 24 \xrightarrow{+4} 28 \\ 24 \xrightarrow{-4} 20 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{ضرب می‌کنیم}} 28 \times 20 = 560$$



$$560 + 16 = 576$$

**گام سوم:** به حاصل ۱۶ واحد اضافه می‌کنیم:

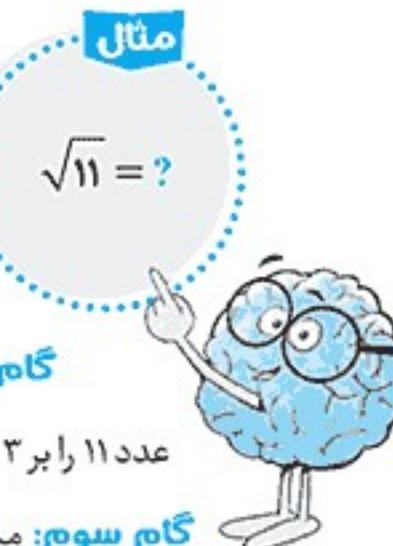
فرایی عجب جمله‌ای کفتمن! فورم که فیلی از این جمله فوشم می‌دارد. اما با هم بینیم این جمله با زبون بی‌زبونی داره پی می‌که: «هر دو رقم، یک رقم و یک رقم هم یک رقم» منظور از این جمله اینه که هزار عدد‌های یک رقمی یک عدد یک رقمی و هزار عدد‌های دور قمی هم یک عدد یک رقمیه.

الان پیش فورتون می‌گیم: «استاد، پشم بسته غیب گفتی؛ فب این رو که فورمون می‌دونستیم!» این موضوع در تخمین اولیه عدد‌های بزرگ‌تر خیلی کمک می‌کند. فرض کنید می‌خواهیم جذر یک عدد پنج رقمی مثل ۹۳۵۲۱ را محاسبه کنیم.

گام اول برای محاسبه‌ی جذر، تخمین است. آن جمله‌ی کلیدی در اینجا خیلی به کار می‌آید. برای تخمین جذر این عدد پنج رقمی شروع کرده و از سمت راست دو رقم جدا می‌کنیم. ۲۱، ۳۵ و ۹۳ دو جفت دور قمی و یک رقم تکی داریم. جمله‌ی طلایی می‌گفت هر دو رقم یک رقم و یک رقم هم یک رقم. دو جفت عدد دور قمی داشتیم، به ازای هر دو رقم آن‌ها یک رقم جواب و برای آن رقم تکی هم یک رقم در پاسخ خواهیم داشت؛ پس پاسخ جذر یک عدد سه رقمی است و باید بین عدد‌های سه رقمی دنبال آن بگردیم.

### گام اول: تخمین

باید در جست‌وجوی عددی باشیم که مربع آن به ۱۱ نزدیک باشد؛ در ذهنمان جست‌وجو می‌کنیم و بلافاصله در می‌باییم که مربع عدد ۳ برابر ۹ می‌شود که به ۱۱ نزدیک است و به عنوان تخمین اولیه همان  $\sqrt{11} \approx 3$  را در نظر می‌گیریم:



### گام دوم: تقسیم

عدد ۱۱ را برابر ۳ تقسیم می‌کنیم (حاصل تقسیم‌ها را معمولاً تا دو رقم اعشار در نظر می‌گیریم):

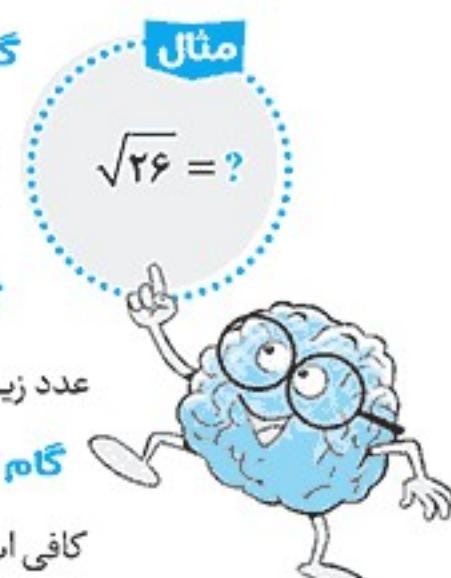
### گام سوم: میانگین

$\frac{3+3}{2} = 3/66$  کافی است بین دو عدد ۳ و ۳/۶۶ میانگین بگیریم:

اگر با ماشین حساب  $\sqrt{11}$  را محاسبه کنید، به ۳/۳۱۶ خواهید رسید که نشان می‌دهد اختلاف با ماشین حساب فقط ۰/۰۱۴ است.

### گام اول: تخمین

به سادگی حدس می‌زنیم که  $\sqrt{26}$  باید نزدیک عدد ۵ باشد چون  $5 \times 5 = 25$  که خیلی به ۲۶ نزدیک  $\sqrt{26} \approx 5$  است:



### گام دوم: تقسیم

عدد زیر را برابر ۵ (تخمین اولیه) تقسیم می‌کنیم:

### گام سوم: میانگین

$\frac{5+5/2}{2} = 5/1$  کافی است بین دو عدد ۵ و ۵/۲ میانگین بگیریم:

بد نیست سراغ ماشین حساب برویم؛ پاسخ ماشین حساب  $5/\sqrt{26} = 0.99$  است که با جواب ما کمتر از ۰/۰۰۱ اختلاف دارد و نشان

می‌دهد روش ما در عین سرعت و سادگی، چه قدرتی دارد!