

## فهرست



### بخش اول: عددها و الگوها



- |    |                                   |  |
|----|-----------------------------------|--|
| ۱۰ | عددنویسی و عددشناسی               |  |
| ۲۷ | خواص چهار عمل اصلی، ریاضیات عمومی |  |
| ۵۵ | بخش پذیری، مقسوم علیه و مضرب      |  |

### بخش دوم: کسر متعارفی



- |     |                                  |  |
|-----|----------------------------------|--|
| ۷۶  | انواع کسرها؛ مقایسه و تبدیل      |  |
| ۹۸  | جمع و تفریق کسرها و عددهای مخلوط |  |
| ۱۰۵ | ضرب و تقسیم کسرها و عددهای مخلوط |  |

## بخش سوم: عدددهای اعشاری



۱۳۲

معرفی عدددهای اعشاری و تبدیل آن‌ها به کسر



۱۴۲

ضرب و تقسیم عدددهای اعشاری و مسائل کاربردی آن



## بخش چهارم: نسبت، تناسب و درصد



۱۴۴

مفهوم نسبت و تناسب و انواع آن



۱۵۵

تسهیم به نسبت



۱۶۴

درصد و ریاضیات مالی



## بخش پنجم: عدددهای تقریبی



۱۷۸

تقریب زدن - قطع کردن



۱۸۳

گرد کردن



۱۹۰

خطای تقریب کسرها و محاسبات تقریبی



## بخش ششم: عددهای مرکب



۱۹۸

حساب عددهای مرکب



۲۰۲

نکات مربوط به زمان



## بخش هفتم: آمار و احتمال



۲۱۵

آمار و نمودار



۲۲۶

میانگین



## بخش هشتم: مختصات و عددهای صحیح



۲۴۲

محورهای مختصات



۲۵۶

تقارن و مختصات



۲۶۰

عددهای صحیح



۲۷۱

پاسخ نامه



**مثال ۴**

$$20 \times 21 = 420$$

$$21 \times 22 = 462$$

$$22 \times 23 = 506$$

$$23 \times 24 = 552$$

$$24 \times 25 = 600$$

$$25 \times 26 = 650$$

$$26 \times 27 = 702$$

$$28 \times 29 = 812$$

$$27 \times 28 = 756$$

**۴** اگر دو عدد زوج متوالی را در یکدیگر ضرب کنیم، چون هر دو عدد زوج هستند، حاصل ضرب حتماً زوج است و رقم یکان حاصل ضرب فقط می‌تواند ۸، ۰ و ۴ باشد.

$$20 \times 22 = 440$$

$$22 \times 24 = 528$$

**مثال ۵**

$$24 \times 26 = 624$$

$$26 \times 28 = 728$$

$$28 \times 30 = 840$$

**۵** اگر دو عدد فرد متوالی را در یکدیگر ضرب کنیم، چون هر دو عدد فرد هستند، حاصل ضرب حتماً عددی فرد است و رقم یکان حاصل ضرب فقط می‌تواند ۳، ۵ و ۹ باشد.

$$21 \times 23 = 483$$

$$23 \times 25 = 575$$

**مثال ۶**

$$25 \times 27 = 675$$

$$27 \times 29 = 783$$

$$29 \times 31 = 899$$

**۶** عدهایی که یکان آنها ۰، ۱، ۵ و ۶ است، هر چند بار در خودشان ضرب شوند، یکان حاصل ضرب تغییر نمی‌کند.



### پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۳۱. مجموع پول سه نفر  $١١٥$  تومان است. اولی  $٩$  تومان از سومی بیشتر دارد و سومی  $٧$  تومان از دومی کمتر دارد. سومی چند تومان دارد؟

- (۱)  $٤٠$    (۲)  $٣٣$    (۳)  $٤٢$    (۴)  $٣٠$

۳۲. مجموع سن چهار براذر  $٣$  سال و فاصله‌ی سنی هر براذر با براذر کوچک‌تر خود، مساوی است. اگر سن براذر بزرگ‌تر  $٤$  برابر سن براذر کوچک‌تر باشد، سن براذر بزرگ‌تر چند سال است؟

- (۱)  $١٠$    (۲)  $١٢$    (۳)  $١٤$    (۴)  $١٦$

۳۳. فریبا و پریسا  $٣٠$  تومان، پریسا و سارا  $٢٥$  تومان و سارا و فریبا  $٢٠$  تومان دارند. مجموع رقم‌های پول فریبا کدام گزینه است؟

- (۱)  $١٢٥$    (۲)  $١٤٢$    (۳)  $٢٥$    (۴)  $٨$

۳۴. مجموع قد امیرسام، رامیاد و رادین  $٢٣٥$  سانتی‌متر است. امیرسام  $١٥$  سانتی‌متر از رامیاد بلندتر است و رامیاد  $٣١$  سانتی‌متر از رادین کوتاه‌تر است. مجموع قد رادین و امیرسام کدام گزینه است؟

- (۱)  $١٧٢$    (۲)  $١٤٥$    (۳)  $١٧٨$    (۴)  $١٨٩$

۳۵. مجموع سن سه خواهر  $٦$  سال و اختلاف سن هریک با خواهر کوچک‌ترش  $٥$  سال است. سن خواهر وسطی کدام است؟

- (۱)  $٢٠$    (۲)  $٣٠$    (۳)  $٢٥$    (۴)  $١٥$

**نکته تر:** عددی بر ۱۶ بخش‌پذیر است که مجموع یکان، دو برابر دهگان، چهار برابر صدگان و هشت برابر هزارگان آن عدد بر ۱۶ بخش‌پذیر باشد.

**بخش‌پذیری بر ۱۷:** عددی بر ۱۷ بخش‌پذیر است که اختلاف پنج برابر یکان با بقیه‌ی عدد بر ۱۷ بخش‌پذیر باشد؛ مانند  $(34 - 11) = 5 \times 9$ .

**بخش‌پذیری بر ۱۸:** عددی بر ۱۸ بخش‌پذیر است که بر ۲ و ۹ بخش‌پذیر باشد؛ مانند ۲۳۴، ۴۱۵۲۶، ۹۳۰۶.

**بخش‌پذیری بر ۱۹:** عددی بر ۱۹ بخش‌پذیر است که دو برابر یکان + بقیه‌ی عدد بر ۱۹ بخش‌پذیر باشد؛ مانند  $(228 - 22) = 2 \times 8$ .

**بخش‌پذیری بر ۲۰:** عددی بر ۲۰ بخش‌پذیر است که بر ۴ و ۵ بخش‌پذیر باشد یا می‌توان گفت عددی بر ۲۰ بخش‌پذیر است که یکان آن صفر و دهگان آن صفر یا زوج باشد؛ مانند ۳۹۷۸۰، ۵۱۰۰، ۲۹۷۳۶۰.

**بخش‌پذیری بر ۲۲:** عدهایی بر ۲۲ بخش‌پذیرند که بر ۲ و ۱۱ بخش‌پذیر باشند.

**بخش‌پذیری بر ۲۴:** عدهایی بر ۲۴ بخش‌پذیرند که بر ۳ و ۸ بخش‌پذیر باشند.

**بخش‌پذیری بر ۲۵:** عدهایی بر ۲۵ بخش‌پذیرند که دو رقم سمت راست آن‌ها صفر، ۲۵ و ۷۵ باشد.

● باقی‌مانده‌ی تقسیم بر ۸: برای به دست آوردن باقی‌مانده، همانند قانون بخش‌پذیری بر ۸ عمل می‌کنیم.

**مثال ۶:** باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد ۱۳۱۶۴۱ بر ۸ با باقی‌مانده‌ی تقسیم ۶۴۱ بر ۸، برابر و مساوی با ۱ است.

● باقی‌مانده‌ی تقسیم بر ۹: رقم‌های عدد را آن قدر با هم جمع می‌کنیم تا حاصل عددی یک رقمی شود.

**مثال ۷:** باقی‌مانده‌ی تقسیم ۳۸۵۴۹ بر ۹ را به دست آورید.

$$3 + 8 + 5 + 4 + 9 = 29 \Rightarrow 2 + 9 = 11$$

با سخ

$$\text{باقی‌مانده‌ی تقسیم } \Rightarrow 1 + 1 = 2$$

● باقی‌مانده‌ی تقسیم بر ۱۰: باقی‌مانده‌ی تقسیم هر عدد بر ۱۰ برابر است با یکان همان عدد.

**مثال ۸:** باقی‌مانده‌ی تقسیم ۴۵۲۳۶ بر ۱۰ برابر با ۶ است.

● باقی‌مانده‌ی تقسیم بر ۱۱: برای به دست آوردن باقی‌مانده، همانند قانون بخش‌پذیری بر ۱۱ عمل می‌کنیم؛ اما اگر تفریق قابل اجرانبود، یعنی عدد اول از عدد دوم کوچک‌تر بود، به عدد اول ۱۱ واحد اضافه می‌کنیم.

**مثال ۹:** باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد ۷۴۹۳ بر ۱۱ را به دست آورید.

با سخ طبق قانون بخش‌پذیری بر ۱۱ داریم:

$$(3 + 4) - (7 + 9) = 7 - 16$$

$$\text{باقی‌مانده‌ی تقسیم } (11 + 7) - 16 = 18 - 16 = 2$$



**مثال ۱:** کسر  $\frac{9}{2}$  را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

$$\begin{array}{r} 9 \\ \underline{- 8} \\ 1 \end{array} \quad \Rightarrow \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

پاسخ

تبدیل عدد مخلوط به کسر

برای این کار باید عدد صحیح را در مخرج کسر ضرب و حاصل ضرب را با صورت کسر، جمع کنیم و در صورت کسر قرار دهیم. مخرج کسر جدید همان مخرج کسر قبلی خواهد بود.

**مثال ۲:** عدد مخلوط  $5\frac{2}{3}$  را به صورت یک کسر بنویسید.

$$5\frac{2}{3} = \frac{(3 \times 5) + 2}{3} = \frac{17}{3}$$

پاسخ

**نکته‌تر:** دقت کنید که عددی مانند  $5\frac{4}{3}$  با  $5 + \frac{4}{3}$  یعنی 7، برابر است؛ بنابراین چنین عده‌هایی برخلاف ظاهرشان عدد مخلوط نیستند.

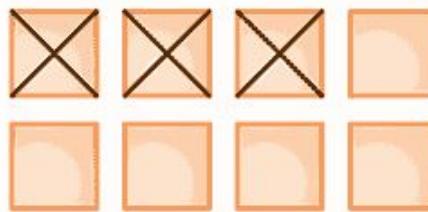
$$5\frac{3}{3} = 5 + 1 = 6$$

**مثال ۳:**

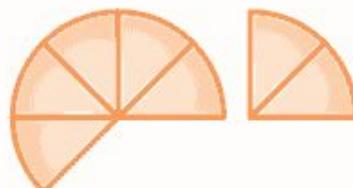
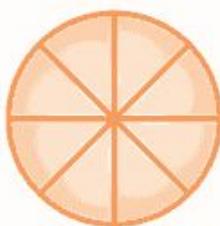
$$2\frac{0}{4} = 2 + 0 = 2$$

$$1\frac{72}{8} = 1 + 9 = 10$$

نمایش جمع و تفریق کسرها به کمک شکل:



$$\frac{8}{6} - \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$



$$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$$

### پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱۴۵. با توجه به عبارت زیر مجموع □ و ○ کدام است؟

$$4\frac{\square}{7} + \frac{1}{5} = \frac{177}{○}$$

۶۵(۲)

۴۱(۱)

۱۸(۴)

۳۹(۳)

۱۴۶. حاصل عبارت  $(\frac{2}{6} + \frac{3}{4}) + (\frac{5}{8} + \frac{4}{6}) + (\frac{1}{4} + \frac{3}{8})$  کدام گزینه است؟

$$\frac{3}{8}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{2}$$

۳(۱)

۱۴۷. حاصل کدام گزینه با بقیه متفاوت است؟

$$5 + 2\frac{1}{9}$$

$$9 - 1\frac{8}{9}$$

$$3\frac{1}{3} + 4\frac{1}{6}$$

$$5\frac{19}{9}$$

## تفکیک کسرها

اگر صورت یک کسر به صورت مجموع یا تفاضل دو یا چند عدد باشد، می‌توان آن را به صورت جمع یا تفریق چند کسر که مخرج تمام آن‌ها با مخرج کسر اصلی مساوی است، تفکیک کرد:

$$\frac{\bigcirc + \square - \triangle}{*} = \frac{\bigcirc}{*} + \frac{\square}{*} - \frac{\triangle}{*}$$

**توجه:** قاعده‌ی تفکیک، هنگامی که صورت کسر به صورت ضرب یا تقسیم چند عدد باشد، درست نیست؛ یعنی:

$$\frac{\bigcirc \times \square}{\triangle} \neq \frac{\bigcirc}{\triangle} \times \frac{\square}{\triangle} \quad \text{یا} \quad \frac{\bigcirc \div \square}{\triangle} \neq \frac{\bigcirc}{\triangle} \div \frac{\square}{\triangle}$$

**نکته‌تر:** هنگامی که صورت کسر به صورت ضرب یا تقسیم چند عدد باشد، داریم:

$$\frac{\bigcirc \div \square}{\triangle} = \frac{\frac{\bigcirc}{\square}}{\triangle} = \frac{\bigcirc}{\square \times \triangle} \quad \text{و} \quad \frac{\bigcirc \times \square}{\triangle \Delta} = \bigcirc \times \frac{\square}{\Delta} = \frac{\bigcirc}{\Delta} \times \square$$

**مثال ۲:** حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

(الف)  $\frac{12 \times 8}{6} = \frac{12}{6} \times 8 = 2 \times 8 = 16$

(ب)  $\frac{5 \div 4}{8} = \frac{\frac{5}{4}}{8} = \frac{5 \times 1}{4 \times 8} = \frac{5}{32}$

**مثال ۲:** نیما لباسی را ۱۵۰۰ تومان خرید. اگر او بخواهد ۱۰٪ سود ببرد، لباس را چند تومان باید بفروشد؟

**پاسخ** ۱۰٪ سود به معنای این است که قیمت لباس را  $10\% + 100\% = 110\%$  قیمت اولیه بفروشد؛ پس:

سود	۱۰	۱۵۰۰
قیمت فروش	۱۱۰	۱۶۵۰۰
قیمت اولیه	۱۰۰	۱۵۰۰۰
		$\times 150$

### بخش دو:**یافتن قیمت اولیه**

● قیمت بعد از تخفیف و درصد تخفیف را داریم، می‌خواهیم قیمت اولیه را به دست آوریم. (برای سود نیز همین طور است).

**مثال ۳:** قیمت کتابی با ۳۰٪ تخفیف ۲۱۰۰ تومان است. قیمت اولیه کتاب چقدر است؟

$$100\% - 30\% = 70\%$$

**پاسخ**

۳۰٪ تخفیف یعنی ۷۰٪ قیمت اولیه است؛ پس:

تخفیف	۳۰	۹۰۰
قیمت فروش	۷۰	۲۱۰۰
قیمت اولیه	۱۰۰	۳۰۰۰
		$\times 30$


**پرسش‌های چهارگزینه‌ای**

۲۸۳. جرم یک پاک کن را با تقریب کمتر از ۱ گرد کرده‌ایم، ۱۰ گرم شد.  
کدامیک از عددهای زیر می‌تواند، جرم واقعی پاک کن باشد؟

۱۱/۷ (۴)    ۹/۶۹ (۳)    ۹/۴۲ (۲)    ۱۰/۶ (۱)

۲۸۴. عدد  $\frac{35}{65}$  با چه تقریبی به روش گرد کردن برابر با  
است؟

۰/۰۰۱ (۴)    ۰/۰۱ (۳)    ۱/۲ (۲)    ۰/۱ (۱)

۲۸۵. گردشدهی عدد  $\frac{345}{345}$  با تقریب کمتر از ۱۰۰ کدام گزینه است؟

۳۰۰ (۴)    ۳۰۴ (۳)    ۳۵۰ (۲)    ۳۴۰ (۱)

۲۸۶. طول یک روبان را اندازه‌گیری کرده‌ایم و اندازه‌ی آن برابر با  
۲/۷۶ شده است. گردشدهی طول روبان با تقریب کمتر از  
کدام است؟

۰/۱ (۱)    ۲/۷۰ (۱)    ۲/۸۰ (۳)    ۲/۶۰ (۴)

۲۸۷. مقدار تقریبی  $\frac{355}{113}$  به روش گرد کردن با تقریب کمتر از  
کدام گزینه است؟

۳/۱۴ (۲)    ۳/۱۴۱۶ (۱)

۳/۱۴۱ (۴)    ۳/۴۱۶۱ (۳)

۲۸۸. گردشدهی عددی با تقریب کمتر از  $1\frac{9}{6}$  برابر  $1\frac{9}{6}$  شده است.  
کدامیک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند عدد مورد نظر باشد؟

۹/۶۰۲ (۲)    ۹/۶۰۸ (۱)

۹/۶۰ (۴)    ۹/۶۰۱ (۳)

## یافتن حدّاًقل و حدّاًکثر عدد اوّلیه در تقریب

۷۴

● این نکته را با مثال زیر توضیح می‌دهیم:



**مثال:** می‌خواهیم کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد طبیعی را بیابیم که با تقریب کمتر از  $100$  به روش قطع کردن برابر  $530$  شود. کوچک‌ترین عدد با این خاصیت خود  $530$  و بزرگ‌ترین عدد با این خاصیت  $5399 = 100 + 5300$  است. به عبارت دیگر رابطه‌های زیر را در تقریب به روش قطع کردن داریم:

$$\text{عدد اوّلیه} = \text{کوچک‌ترین عدد (حدّاًقل)}$$

$$1 - \text{تقریب} + \text{عدد اوّلیه} = \text{بزرگ‌ترین عدد (حدّاًکثر)}$$

● اگر مثال بالا با روش گرد کردن مطرح شود، فرمول‌ها به شکل زیر در می‌آیند:

$$\text{نصف تقریب} - \text{عدد اوّلیه} = \text{کوچک‌ترین عدد (حدّاًقل)}$$

$$1 - \text{نصف تقریب} + \text{عدد اوّلیه} = \text{بزرگ‌ترین عدد (حدّاًکثر)}$$

بنابراین در روش گرد کردن کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد ممکن عبارت‌اند از:

$$5300 - \frac{100}{2} = 5250 = \text{کوچک‌ترین عدد (حدّاًقل)}$$

$$5300 + \frac{100}{2} - 1 = 5349 = \text{بزرگ‌ترین عدد (حدّاًکثر)}$$





۳۰. گزینه‌ی «۴» با توجه به اولویت عملیات ریاضی خواهیم داشت:

$$(3 \times 7) + (9 \div 3) - 1 = ?$$

$$3 \times 7 = 21, 9 \div 3 = 3 \Rightarrow 21 + 3 - 1 = 24 - 1 = 23$$

۳۱. گزینه‌ی «۲» مجموع اختلافها  $90 + 70 = 160$

مجموع پول سه نفر به طور مساوی  $1150 - 160 = 990$

پول نفر سوم  $990 \div 3 = 330$

$\square =$  سن برادر کوچک‌تر

۳۲. گزینه‌ی «۳»

$\square =$  سن برادر سوم

$\square + 2\Delta =$  سن برادر دوم

$\square + 3\Delta =$  مجموع سن برادرها  $4\Box + 6\Delta = 30$

$$\begin{array}{r} \text{همه‌ی عده‌ها را برابر} \\ \hline \text{تقسیم می‌کنیم.} \end{array} \quad 2\Box + 3\Delta = 15 \quad (1)$$

سن برادر بزرگ‌تر ۴ برابر سن برادر کوچک‌تر است؛ بنابراین:

$$\Box + 3\Delta = 4\Box$$

$$\Rightarrow 3\Delta = 4\Box - \Box \Rightarrow 3\Delta = 3\Box \Rightarrow \Delta = \Box \quad (2)$$

بنابراین می‌توانیم در رابطه‌ی (1) به جای  $\Delta$ ، از  $\Box$  استفاده کنیم:

$$2\Box + 3\Box = 15 \Rightarrow 5\Box = 15 \Rightarrow \Box = 3$$

سال  $12 = 4\Box = 4 \times 3 = 12$  = سن برادر بزرگ‌تر

$300 =$  پریسا + فریبا

۳۳. گزینه‌ی «۴»

$250 =$  سارا + پریسا  $200 =$  فریبا + سارا

دو برابر مجموع پول سه نفر یا مجموع پول شش نفر:

$$300 + 250 + 200 = 750$$

۱۴۷. گزینه‌ی «۱» جواب سه‌گزینه‌ی اول  $\frac{1}{9}$  ولی جواب گزینه‌ی ۴،

$\frac{1}{2}$  است.

$$\frac{3}{4} - \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 0.25$$

۱۴۸. گزینه‌ی «۲»

$$2 + 4 + 6 + \dots + 30 = ?$$

۱۴۹. گزینه‌ی «۳»

$$\text{تعداد عددها} = \left(\frac{30-2}{2}\right) + 1 = 15$$

$$\Rightarrow \text{مجموع} = \left(\frac{30+2}{2}\right) \times 15 = 16 \times 15$$

$$1 + 2 + 3 + 4 \dots + 30 = ?$$

$$\text{مجموع} = \frac{(30+1) \times 30}{2} = 31 \times 15 \Rightarrow \frac{16 \times 15}{31 \times 15} = \frac{16}{31}$$

$$\frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \dots + \frac{100}{100} = \frac{5050}{100} =$$

۱۵۰. گزینه‌ی «۲»

$$\frac{\frac{100 \times 101}{2}}{100} = 50 \frac{50}{100} = 50 \frac{1}{2}$$

۱۵۱. گزینه‌ی «۳»

$$\frac{6}{6} + \frac{7}{7} + 2 - \frac{3}{5} = (1+1+2) - \frac{3}{5} = 4 - \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 4 - \frac{3}{5} = \frac{20}{5} - \frac{3}{5} = \frac{17}{5} = 3 \frac{2}{5}$$

۱۵۲. گزینه‌ی «۱»

۱ هکتار = ۱۰۰۰۰ متر مربع

«۱۴۷. گزینه‌ی «۳»

$$\begin{array}{rcl} \text{هکتار} & 1 & \div 100 \\ & \square & 0.01 \\ \text{متر مربع} & 10000 & 100 \\ & \quad \quad \quad \div 100 & \end{array}$$

«۱۴۸. گزینه‌ی «۱۶»

$$\frac{1}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{10} \Rightarrow \begin{array}{rcl} 1 & \square \\ 10 & 100 \end{array} \Rightarrow \square = \frac{1 \times 100}{10} = 10\%$$

۱۰٪ از تمام عدد است.

«۱۴۹. گزینه‌ی «۱» ابتدا خمس ۷۵٪ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{75}{5} = 15\% \Rightarrow \begin{array}{rcl} 25 & \square \\ 15 & 480 \\ \times 22 & \end{array}$$

«۱۵۰. گزینه‌ی «۳»

$$\begin{array}{rcl} 19 & \square \\ 20 & 100 \\ \times 5 & \end{array} \Rightarrow 19 \times 5 = 95 \quad 95\% \text{ حاضرند.}$$

