

### به نام خالق زیبایی‌ها

من و شما هدف‌های مشترکی داریم که یکی از آنها موفقیت شما در امتحانات نهایی پایه دوازدهم است. تسلط بر مفاهیم حسابان (۲) تنها با حل کردن مسائل متنوع و بررسی تمرین‌های مختلف میسر است. در این کتاب تلاش کردیم با طرح تعداد محدودی تمرین که هر کدام نکته و مطلبی را برای آموزش در بر دارد، شما را برای شرکت در امتحان نهایی آماده کنیم.

در این کتاب می‌خوانید:

- نمونه سؤالات مهم امتحانی:

- سؤالات مهم کتاب درسی که در طراحی سؤالات امتحانات نهایی بسیار مورد توجه هستند.
- سؤالاتی که در آزمون‌های سال‌های قبل بسیار مورد استفاده بوده‌اند و می‌توان آنها را به عنوان سؤالات احتمالی آزمون امسال برشمرد. بخشی از آنها عیناً و به همراه «مرجع اخذ سؤال» مطرح شده است و برخی از آنها با تغییرات در راستای اهداف و مباحث کتاب‌های درسی جدید ارائه گردیده‌اند.

- نمونه آزمون‌های ترم اول و پایانی:

نمونه آزمون‌هایی با بودجه‌بندی مصوب آزمون طراحی، و به همراه پاسخ تشریحی ارائه شده است. پیشنهاد می‌شود با توجه به جدول بودجه‌بندی آزمون‌ها، بارم‌بندی هر فصل، زمان باقی‌مانده تا امتحان و نقاط ضعف و قوت خود، برنامه‌ریزی مناسبی برای مطالعه داشته باشید تا به بهترین نتیجه دست پیدا کنید.

فصل	محدوده فصل	نوبت اول	نوبت دوم	شهریور و دی
۱	کل	۷	۱/۵	۳/۵
۲	کل	۶	۱/۵	۳
۳	کل	۷	۲	۳
۴	کل		۸	۶
۵	کل		۷	۴/۵
جمع نمره‌ها		۲۰	۲۰	۲۰

با آرزوی موفقیت شما

مهندس علی تفرشی



فصل

۱

تابع

۷

درس اول: تبدیل نمودار توابع

۱۴

درس دوم: تابع درجه سوم، توابع یکنوا و بخش پذیری و تقسیم

مثلثات

۲

فصل

۲۴

درس اول: تناوب و تانژانت

۲۸

درس دوم: معادلات مثلثاتی

فصل

۳

حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت

۳۳

درس اول: حدهای نامتناهی

۳۸

درس دوم: حد در بی نهایت

مشتق

۴

فصل

۴۴

درس اول: آشنایی با مفهوم مشتق

۴۷

درس دوم: مشتق پذیری و پیوستگی

۶۰

درس سوم: آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر

فصل

۵

کاربردهای مشتق

۶۶

درس اول: اکسترمم‌های یک تابع و توابع صعودی و نزولی

۷۷

درس دوم: جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه عطف آن

۸۱

درس سوم: رسم نمودار توابع

آزمون

\*

۸۷

آزمون نوبت اول (۱)

۹۱

آزمون نوبت اول (۲)

۹۴

آزمون نوبت دوم (۱)

۹۸

آزمون نوبت دوم (۲)

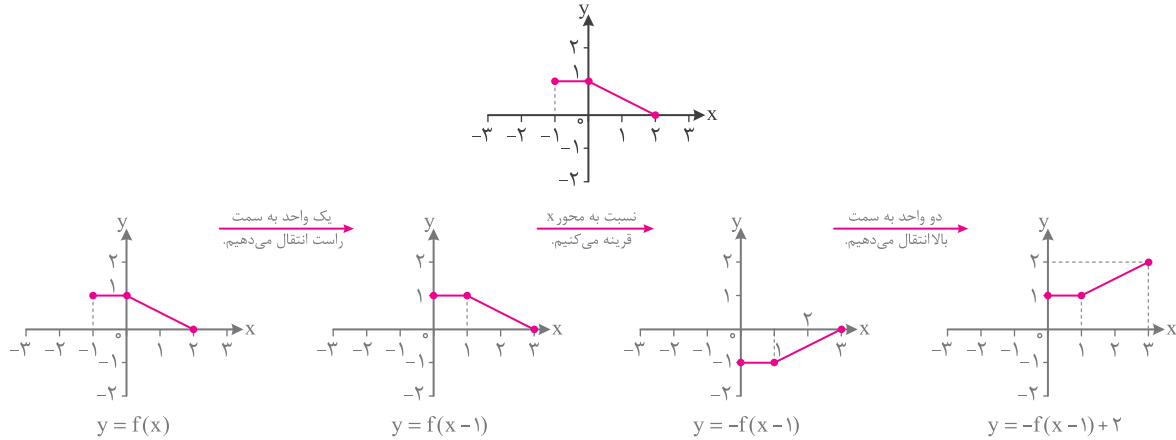
۱۰۲

آزمون نوبت دوم (۳)

## درس اول: تبدیل نمودار توابع

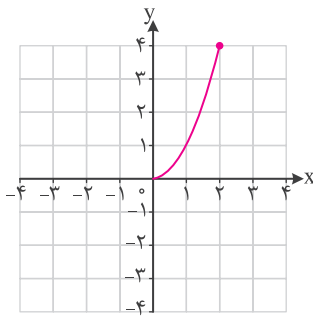
۱ نمودار تابع  $y=f(x)$  در زیر رسم شده است. با استفاده از انتقال، نمودار تابع  $y=-f(x-1)+2$  را رسم کنید.

(کاردرکلاس صفحه ۸ کتاب درسی)



(تمرین صفحه ۱۲ کتاب درسی)

۲ نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است. نمودار توابع زیر را رسم کنید و آنها را با نمودار  $f$  مقایسه کنید.



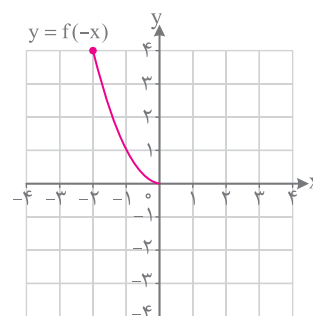
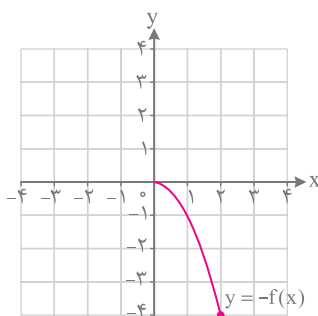
ب  $y = -f(x)$

الف  $y = f(-x)$

ب برای رسم نمودار تابع  $y = -f(x)$  کافی است نمودار تابع  $f$  را نسبت به محور

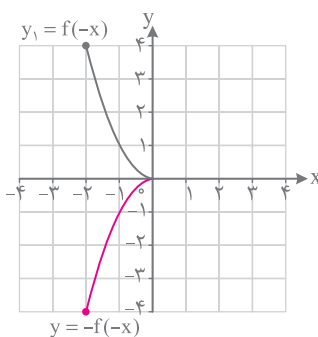
الف برای رسم نمودار تابع  $y = f(-x)$  کافی است نمودار تابع  $f$  را نسبت به محور  $y$  قرینه کنیم.

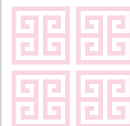
$x$  قرینه کنیم.



ج  $y = -f(-x)$

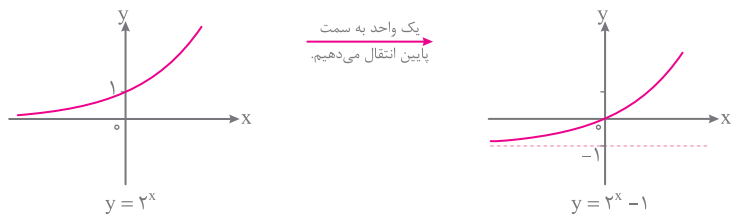
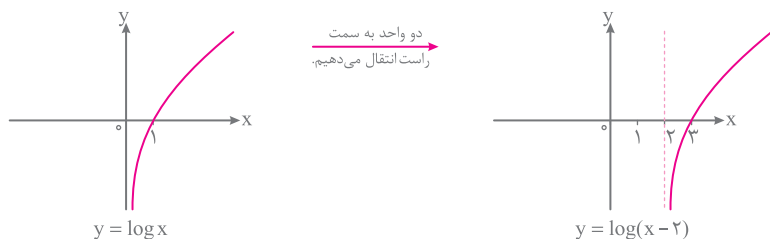
برای رسم نمودار تابع  $y = -f(-x)$  ابتدا نمودار تابع  $f$  را نسبت به محور  $y$  قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع  $y_1 = f(-x)$  به دست آید و سپس نمودار به دست آمده را نسبت به محور  $x$  قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع  $y = -f(-x)$  به دست آید.





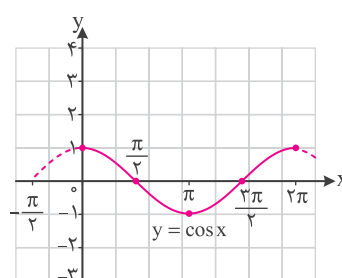
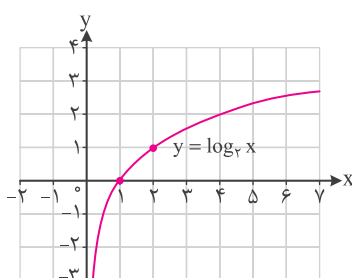
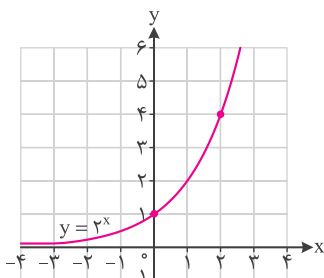
### ۳ نمودار توابع $y = 2^x - 1$ و $y = \log(x-2)$ را به کمک انتقال رسم کنید.

پایه

مراحل رسم نمودار  $y = 2^x - 1$  به صورت روبه‌رو است:مراحل رسم نمودار  $y = \log(x-2)$  به صورت روبه‌رو است:

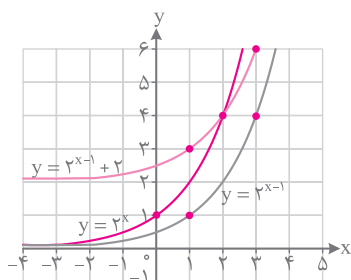
### ۴ در زیر، نمودار توابع $y = 2^x$ ، $y = \log_p x$ و $y = \cos x$ رسم شده‌اند. نمودار توابع $y = 2^{x-1} + 2$ ، $y = \log_p(x+2)$ و $y = \cos(x + \frac{\pi}{4})$ را به کمک انتقال رسم کنید.

(کاردرکلاس صفحه ۵ کتاب درسی)

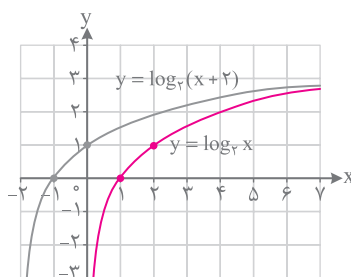


پایه

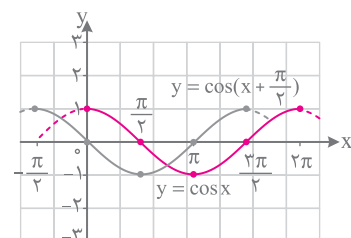
اگر  $f(x) = 2^x$ ، آنگاه  $y = 2^{x-1} + 2 = f(x-1) + 2$  است. بنابراین باید نمودار تابع  $y = 2^x$  را ابتدا ۱ واحد به سمت راست و سپس ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهیم.

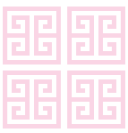


اگر  $g(x) = \log_p x$ ، آنگاه  $y = \log_p(x+2) = g(x+2)$ ؛ بنابراین باید نمودار  $y = \log_p x$  را ۲ واحد به سمت چپ منتقل کنیم.

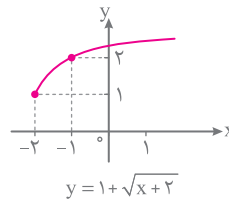
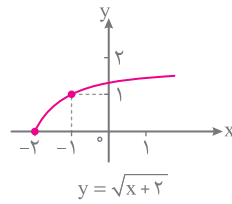
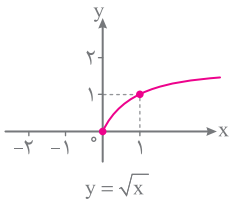


اگر  $h(x) = \cos x$ ، آنگاه  $y = \cos(x + \frac{\pi}{4}) = h(x + \frac{\pi}{4})$ ؛ بنابراین باید نمودار تابع  $y = \cos x$  را  $\frac{\pi}{4}$  واحد به سمت چپ منتقل کنیم.





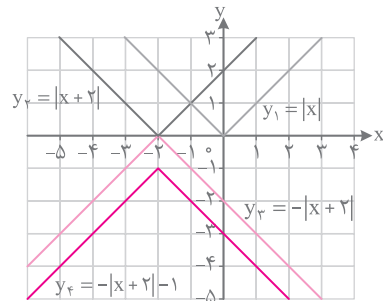
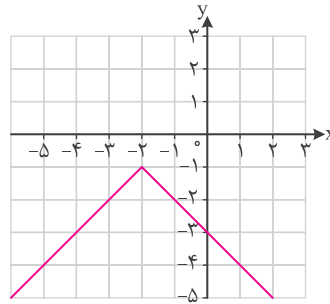
۵ نمودار تابع  $y = 1 + \sqrt{x+2}$  را به کمک انتقال نمودار تابع  $y = \sqrt{x}$  رسم کنید و برد آن را بیابید.



$\Rightarrow$  برد تابع:  $R_f = [1, +\infty)$

(کاردکلاس صفحه ۷ کتاب درسی)

۶ نمودار زیر از قرینه‌یابی و انتقال نمودار تابع  $y = |x|$  به دست آمده است. ضابطه این تابع را مشخص کنید.

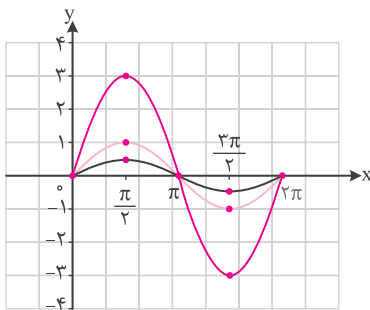


با توجه به نمودارهای رسم‌شده و مراحل انتقال نمودار تابع  $y = |x|$  متوجه می‌شویم که:

نمودار تابع  $y_1 = |x|$  ابتدا ۲ واحد به سمت چپ منتقل شده است ( $y_2 = |x+2|$ ), سپس نسبت به محور  $x$ ها قرینه شده است ( $y_3 = -|x+2|$ ) و در نهایت ۱ واحد به سمت پایین انتقال یافته است ( $y_4 = -|x+2| - 1$ ). بنابراین ضابطه تابع به صورت  $f(x) = -|x+2| - 1$  خواهد بود.

(فعالیت صفحه ۶ کتاب درسی)

۷ دامنه و برد توابع  $y = 3 \sin x$  و  $y = \frac{1}{3} \sin x$  چه تفاوتی با دامنه و برد تابع  $y = \sin x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  دارند؟ (به کمک نمودار)



ابتدا نمودار توابع  $y = \sin x$ ,  $y = 3 \sin x$  و  $y = \frac{1}{3} \sin x$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم می‌کنیم. در این بازه دامنه و برد تابع  $y = \sin x$  به ترتیب برابر  $[0, 2\pi]$  و  $[-1, 1]$  است. اگر به نمودار توجه کنید، دامنه و برد تابع  $y = 3 \sin x$  به ترتیب برابر  $[0, 2\pi]$  و  $[-3, 3]$  و دامنه و برد تابع  $y = \frac{1}{3} \sin x$  به ترتیب برابر  $[0, 2\pi]$  و  $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$  می‌باشد.

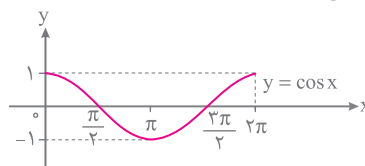
بنابراین دامنه هر سه تابع با هم برابر ولی برد آنها متفاوت است. به چگونگی به دست آمدن برد توابع  $y = \sin x$  و  $y = \frac{1}{3} \sin x$  از روی نمودار  $y = \sin x$  توجه کنید:

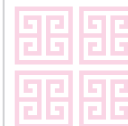
$y = 3 \sin x$  برد:  $[3(-1), 3(1)] = [-3, 3]$

$y = \frac{1}{3} \sin x$  برد:  $[\frac{1}{3}(-1), \frac{1}{3}(1)] = [-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$

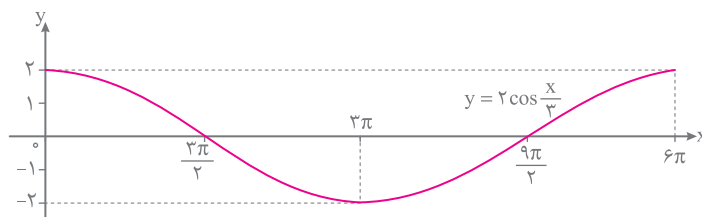
۸ نمودار تابع  $y = 2 \cos \frac{x}{3}$  را در بازه  $[0, 6\pi]$  به کمک انتقال نمودار تابع  $y = \cos x$  رسم کنید.

می‌دانیم نمودار  $y = \cos x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  به صورت زیر است:



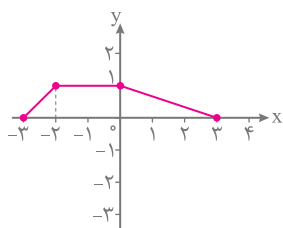
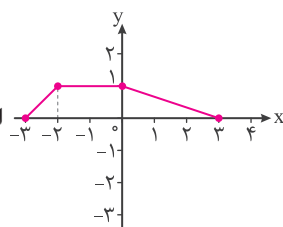


برای رسم نمودار  $y = 2 \cos \frac{x}{3}$  طول هر نقطه از نمودار  $y = \cos x$  را سه برابر می‌کنیم و عرض هر نقطه از آن را دو برابر می‌کنیم:



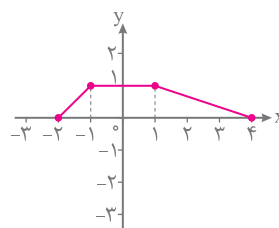
(خرداد ۹۴)

۹ نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت  $y = 2f(x-1) - 3$  نمودار تابع  $y = 2f(x-1) - 3$  را رسم کنید.

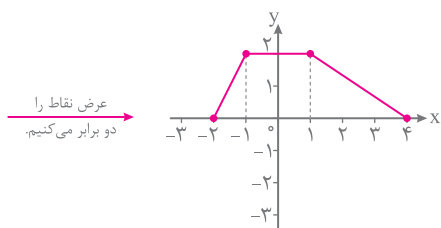


$$y = f(x)$$

یک واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم.



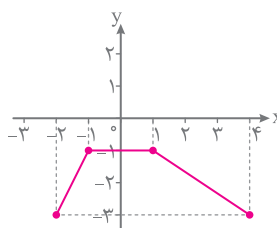
$$y = f(x-1)$$



$$y = 2f(x-1)$$

عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم.

سه واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم.



$$y = 2f(x-1) - 3$$

۱۰ اگر دامنه و برد تابع  $y = f(x)$  به ترتیب بازه‌های  $[a, b]$  و  $[c, d]$  باشند، دامنه و برد تابع  $y = kf(x)$  را برای  $k > 0$  و  $k < 0$  تعیین کنید.

(کاردرکلاس صفحه ۷ کتاب درسی)

دامنه تابع  $y = kf(x)$  با دامنه تابع  $y = f(x)$  برابر است و بازه  $[a, b]$  می‌باشد، اما برد تابع  $y = kf(x)$  اگر  $k > 0$  باشد، بازه  $[kc, kd]$  و اگر  $k < 0$  باشد، بازه  $[kd, kc]$  است.

۱۱ اگر دامنه و برد تابع  $y = f(x)$  به ترتیب بازه‌های  $[a, b]$  و  $[c, d]$  باشند، دامنه و برد تابع  $y = f(kx)$  را برای  $k > 0$  و  $k < 0$  تعیین کنید. (کاردرکلاس صفحه ۱۰ کتاب درسی)

برد تابع  $y = f(kx)$  با برد تابع  $y = f(x)$  برابر است و بازه  $[c, d]$  می‌باشد، اما دامنه تابع  $y = f(kx)$  اگر  $k > 0$  باشد، بازه  $[\frac{a}{k}, \frac{b}{k}]$  و اگر  $k < 0$  باشد، بازه  $[\frac{b}{k}, \frac{a}{k}]$  است.

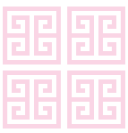
۱۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف اگر  $(x, y)$  یک نقطه از نمودار  $y = f(x)$  باشد، آنگاه مختصات نقطه متناظر این نقطه در نمودار  $y = f(x+k)$ ، به صورت ..... است.  
( $x-k, y$ )

ب اگر دامنه و برد تابع  $y = f(x)$  به ترتیب بازه‌های  $[a, b]$  و  $[c, d]$  باشد، دامنه و برد تابع  $y = 2f(x)$  به ترتیب بازه‌های ..... و ..... است.  
( $[2c, 2d] - [a, b]$ )

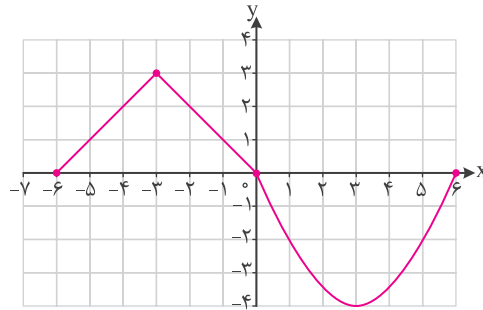
ج نمودار  $y = f(-x)$ ، قرینه نمودار  $y = f(x)$  نسبت به ..... است.

محور  $y$

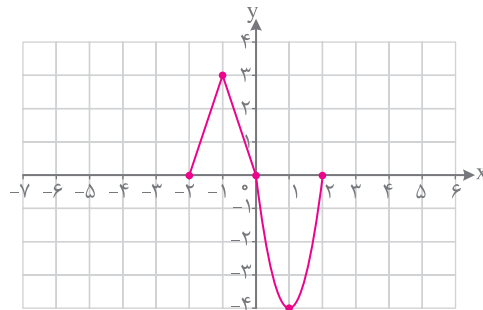


(کاردرکلاس صفحه ۱۰ کتاب درسی)

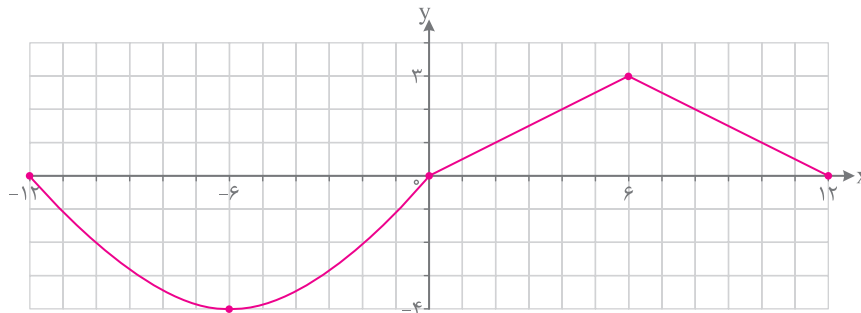
۱۳ اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر باشد، نمودار توابع  $y = f(3x)$  و  $y = f(-\frac{x}{3})$  را رسم کنید.



برای رسم نمودار تابع  $y = f(3x)$ ، با ثابت نگه داشتن عرض نقاط، طول هر نقطه را بر عدد ۳ تقسیم می‌کنیم.

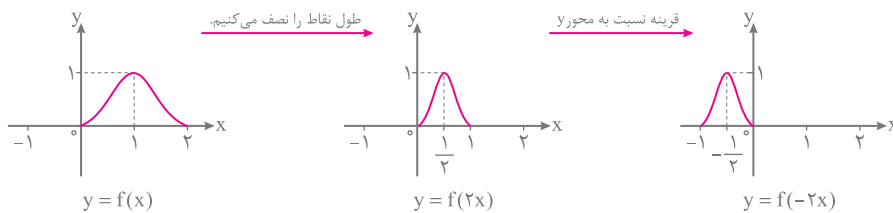
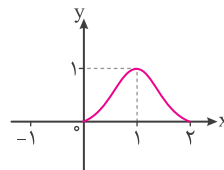


برای رسم نمودار تابع  $y = f(-\frac{x}{3})$ ، با ثابت نگه داشتن عرض نقاط، طول هر نقطه را بر عدد  $(-\frac{1}{3})$  تقسیم یا در عدد  $(-2)$  ضرب می‌کنیم.



(خرداد ۸۸ با تغییر)

۱۴ نمودار تابع  $y = f(x)$  در شکل زیر داده شده است. به کمک انتقال نمودار تابع  $y = f(-2x)$  را رسم کنید.



(تمرین صفحه ۱۱ کتاب درسی)

۱۵ هر یک از توابع زیر، تبدیل یافته تابع  $y = \sqrt{x}$  هستند. هر یک از آنها را به نمودارش نظیر کنید.

الف  $y = \sqrt{2+x}$

ب  $y = 2 + \sqrt{x}$

پ  $y = -2\sqrt{x}$

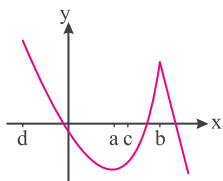
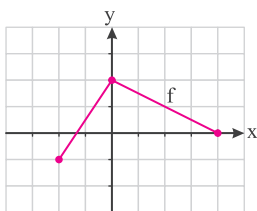
ت  $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$

ث  $y = 2 + \sqrt{x-2}$

ج  $y = \sqrt{-2x}$



ردیف	آزمون نوبت دوم (۳) - دی ماه ۱۳۹۷	نمره
۱	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر باقی‌مانده تقسیم $f(x) = x^2 + kx - 1$ بر $(x+1)$ برابر با ۲ باشد، مقدار $k$ برابر ..... است. ب) دوره تناوب تابع تنازنت برابر با ..... است. پ) مشتق تابع $f(x) = \sqrt{2x-1}$ در نقطه‌ای به طول یک روی منحنی تابع، عدد ..... است. ت) اگر تابع $y = f(x)$ در بازه $[a, b]$ صعودی باشد، علامت مشتق تابع $f$ در این بازه ..... است.	۱
۲	نمودار تابع $f$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f(2x)$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد تابع $g$ را تعیین کنید.	۱/۵
۳	هر یک از چندجمله‌ای‌های زیر را بر حسب عامل خواسته شده، تجزیه کنید. الف) $x^5 + 1$ با عامل $x + 1$ ب) $x^6 - 1$ با عامل $x - 1$	۱
۴	نمودار تابع $f(x) = (x+1)^3$ را رسم کنید. این تابع در دامنه خود اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟	۰/۷۵
۵	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) مینیمم تابع $y = -3 \cos(\pi x) + 2$ برابر با یک است. ب) تابع تنازنت در دامنه اش صعودی است.	۰/۵
۶	ضابطه تابعی به فرم $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن $\pi$ ، مقدار ماکزیم آن ۳ و مقدار مینیم آن -۳ باشد.	۱
۷	معادله مثلثاتی $\cos^3 x - \cos x = 0$ را حل کنید.	۱/۲۵
۸	حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{4-x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5 + 3x^3 + 1}{-3x^5 + 3x^2 + 3}$	۱/۵
۹	مجانبات قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{3x}{x^3 - 1}$ را بیابید.	۱/۵
۱۰	مشتق پذیری تابع $f(x) =  x - 2 $ را در $x = 2$ بررسی کنید.	۱
۱۱	با در نظر گرفتن نمودار $f$ در شکل مقابل، به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) طول نقطه‌ای که مماس در آن افقی است. ب) طول نقطه‌ای که مشتق در آن مقداری منفی است. پ) طول نقطه‌ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست.	۰/۷۵
۱۲	اگر $f$ و $g$ توابع مشتق پذیر باشند و $f(2) = 3$ ، $f'(2) = 1$ ، $g(2) = -3$ و $g'(2) = 2$ ، مقادیر $(f \cdot g)'(2)$ و $(f+g)'(2)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $y = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x - 5}$ ب) $y = \cos^2(-3x + 1)$	۲











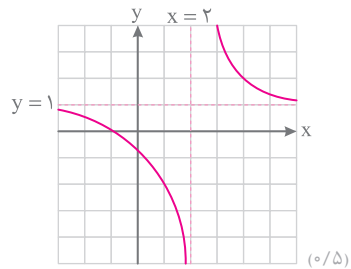


۰/۷۵	یک تودهٔ باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + t^2$ گرم است. آهنگ رشد جرم تودهٔ باکتری در لحظهٔ $t = 9$ چقدر است؟	۱۴
۱/۵	ضرایب $a$ و $b$ را در تابع $f(x) = -x^2 + ax + b$ طوری تعیین کنید که تابع در نقطهٔ $(1, 2)$ ماکزیمم نسبی داشته باشد.	۱۵
۱	جهت تقعر و نقطهٔ عطف نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ را به دست آورید.	۱۶
۱/۷۵	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ را رسم کنید.	۱۷

پاسخ آزمون نوبت دوم (۳) - دی ماه ۱۳۹۷

۱	الف) $-2$ (۰/۲۵) ب) $\pi$ (۰/۲۵) پ) $1$ (۰/۲۵) ت) مثبت (۰/۲۵)	
۲		$D_g = [-1, 2]$ (۰/۵) $R_g = [-2, 1]$ (۰/۵)
۳	الف) $x^5 + 1 = (x+1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$ (۰/۵) ب) $x^6 - 1 = (x-1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ (۰/۵)	
۴	اکیداً صعودی (۰/۲۵)	
۵	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵)	
۶	هر یک از چهار تابع $y = -3\sin(2x)$ یا $y = -3\sin(-2x)$ یا $y = 3\sin(-2x)$ یا $y = 3\sin(2x)$ می‌توانند جواب باشند. (۰/۲۵)	$\frac{2\pi}{ b } = \pi \Rightarrow  b  = 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases}  a  + c = 3 \\ - a  + c = -3 \end{cases} \Rightarrow c = 0$ (۰/۲۵), $ a  = 3$ (۰/۲۵)
۷	$\cos 3x = \cos x$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x & \Rightarrow x = k\pi \\ 3x = 2k\pi - x & \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$	
۸	الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{4-x^2} = \frac{\Delta}{0^-} = -\infty$ (۰/۵) ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5 + 3x^3 + 1}{-3x^5 + 3x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5}{-3x^5} = -\frac{4}{3}$ (۰/۵)	
۹	$x^3 - 1 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x}{x^3 - 1} = \frac{3}{0^+} = +\infty$ , $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x}{x^3 - 1} = \frac{3}{0^-} = -\infty$ بنابراین $x = 1$ مجانب قائم است. (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3}{x^2} = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = 0$ (۰/۲۵) مجانب افقی	



<p>تابع در <math>x = 2</math> پیوسته است، اما مشتق پذیر نیست. زیرا: <math>(\circ/۲۵)</math></p> $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x-2  - \circ}{x-2} (\circ/۲۵) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1 (\circ/۲۵), f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 (\circ/۲۵) \Rightarrow f'_+(2) \neq f'_-(2)$	۱۰												
<p>(الف) a <math>(\circ/۲۵)</math>      (ب) d <math>(\circ/۲۵)</math>      (پ) b <math>(\circ/۲۵)</math></p>	۱۱												
<p><math>(f \cdot g)'(2) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) (\circ/۲۵) = 1 \times (-3) + 3 \times 2 (\circ/۲۵) = 3 (\circ/۲۵)</math></p> <p><math>(f + g)'(2) = f'(2) + g'(2) (\circ/۲۵) = 1 + 2 = 3 (\circ/۲۵)</math></p>	۱۲												
<p>الف) <math>y' = \frac{2x(x^3 + 2x - 5) (\circ/۲۵) - (x^3 + 1)(3x^2 + 2) (\circ/۵)}{(x^3 + 2x - 5)^2 (\circ/۲۵)}</math></p> <p>ب) <math>y' = -3 \times 2 (\circ/۵) \cos(-3x + 1) (\circ/۲۵) (-\sin(-3x + 1)) (\circ/۲۵)</math></p>	۱۳												
<p><math>m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t (\circ/۵) \Rightarrow m'(9) = \frac{1 \circ 9}{6} (\circ/۲۵)</math></p>	۱۴												
<p><math>f'(x) = -4x^3 + a (\circ/۲۵) \xrightarrow{f'(1)=\circ} -4 + a = \circ (\circ/۲۵) \Rightarrow a = 4 (\circ/۲۵)</math></p> <p><math>f(1) = 2 (\circ/۲۵) \Rightarrow -1 + 4 + b = 2 (\circ/۲۵) \Rightarrow b = -1 (\circ/۲۵)</math></p>	۱۵												
<p><math>f'(x) = -3x^2 + 6x (\circ/۲۵), f''(x) = -6x + 6 = \circ (\circ/۲۵) \Rightarrow x = 1</math></p> <table border="1" data-bbox="121 996 568 1187"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>۱</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y''</math></td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td>۳</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>(الف) <math>(1, 3)</math> نقطه عطف است. <math>(\circ/۲۵)</math></p>	x	$-\infty$	۱	$+\infty$	$y''$	+	۰	-	y		۳		۱۶
x	$-\infty$	۱	$+\infty$										
$y''$	+	۰	-										
y		۳											
<p>مجانِب قائم <math>x = 2 (\circ/۲۵)</math></p> <p>مجانِب افقی <math>y = 1 (\circ/۲۵)</math>      <math>y' = \frac{-3}{(x-2)^2} (\circ/۲۵)</math></p> <table border="1" data-bbox="121 1377 568 1579"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>۲</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td>-</td> <td>ت ن</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۱ <math>\rightarrow</math> <math>-\infty</math></td> <td>ت ن</td> <td><math>+\infty</math> <math>\rightarrow</math> ۱</td> </tr> </tbody> </table> <p>(الف) <math>(\circ/۵)</math></p>  <p>(الف) <math>(\circ/۵)</math></p>	x	$-\infty$	۲	$+\infty$	$y'$	-	ت ن	-	y	۱ $\rightarrow$ $-\infty$	ت ن	$+\infty$ $\rightarrow$ ۱	۱۷
x	$-\infty$	۲	$+\infty$										
$y'$	-	ت ن	-										
y	۱ $\rightarrow$ $-\infty$	ت ن	$+\infty$ $\rightarrow$ ۱										