پاسخ‌نامه‌ی تشریحی سوالات و مسائل مسابقات ریاضی پنجم دبستان ۵

از مجموعه مرشد

- حدود ۱۴۰۰ تست (شامل: تیزهوشان، آزمون‌های ورودی مدارسِ ممتاز تهران و مرکز استان‌های کشور، مسابقات جهانی ریاضی، المپیادها و مسابقات علمی داخلی و خارجی و...)
- بیش از ۲۲۰ نکته‌ی کلیدی درس ریاضی که دانش‌آموزان ممتازِ پنجم دبستان باید فراگیرند.
- پاسخ‌نامه‌ی تشریحی و نکات مهم کتاب

وحید اسدی کیا

مرشد: مرجع رشد و شکوفایی دانش‌آموزان

ویژه دانش‌آموزان ممتاز و داوطلبان شرکت در مسابقات

و آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان و برتر

بسم الله الرحمن الرحیم

مقدمه

به نام خداوند جان و خرد

کزین برتر اندیشه برنگذرد

اگر در جستجوی کتابی هستید که شما را برای شرکت در مسابقات ریاضی یا آزمون‌های ورودی مدارس خاص و تیزهوشان آماده کند، کتاب مرشد (مسابقات ریاضی پنجم دبستان) پاسخگوی نیاز شما خواهد بود.

در تألیف این کتاب از منابع متعددی استفاده شده است که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- آزمون‌های جدید ورودی مدارس تیزهوشانِ کشور و مدارس نمونه‌ی تهران (دولتی و غیرانتفاعی) و مرکز استان‌های کشور.
- مسابقات علمی و المپیادهای داخلی و خارجی
- مسائل مسابقات جهانی کانگورو و آزمون جهانی تیمز
- مسائل مسابقات خارجی (کشورهای انگلیس، استرالیا، مجارستان، بلژیک و...)
- مسائل المپیادهای ریاضی آمریکا (که جناب آقای محمد برجی اصفهانی در کتاب وزین خود، آن‌ها را در اختیار دانش‌آموزان عزیز قرار داده‌اند)
- مسائل المپیادهای مبتکران و ...

مسائل این آزمون‌ها، براساس فصل‌ها و بخش‌های کتاب درسی پنجم دبستان طبقه‌بندی شده و از آسان به سخت مرتب گردیده‌اند. برخی از آن‌ها بدون راهنمایی و اشاره به نکته کلیدی قابل حل نیستند که با علامت ✉ مشخص شده‌اند تا دانش‌آموزان قبل از اقدام به حل آن‌ها، ابتدا نکته‌ی مورد نظر را مطالعه کنند.

کتاب مرشد، در مجموع حدود ۱۴۰۰ تست را شامل می‌شود و بیش از ۲۲۰ نکته‌ی کلیدی را آموزش می‌دهد. امیدواریم این کتاب مورد توجه خانواده‌ها، دانش‌آموزان عزیز و معلّمان گرامی قرار گیرد و در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان مؤثر افتد.

در پایان، وظیفه خود می‌دانم از جناب آقای دهقانی مدیر عامل محترم شرکت آموزشی، فرهنگی و انتشاراتی مبتکران که شرایط و امکانات چاپ کتاب را فراهم آوردند، سپاس‌گزاری کنم. همین‌طور از آقای مهندس هادی عزیززاده که در تمام مراحل تألیف این کتاب مشاور بنده بودند، متشکرم. از آقایان دکتر مجید اقبالی و محسن اوحدی‌زاده و دارا نیکبخت (استان اصفهان) و اباصلت نورالهی و علیرضا دولت‌یاری و خانم‌ها زهرا احمدی و طیبه توانگر و فاطمه شریفی که در ترجمه یا گردآوری و بازخوانی بخشی از مسائل کتاب، بنده را یاری کردند، صمیمانه سپاس‌گزارم. از خانم‌ها لیلا مهرعلی‌پور که زحمت حروف‌چینی و ترسیم شکل‌ها را برعهده داشتند و بهاره خدامی (گرافیست) بسیار ممنونم و برای همه‌ی این عزیزان آرزوی موفقیت دارم. هم‌چنین از همسر و فرزندان عزیزم که با ایجاد محیطی آرام، بنده را در نوشتن این کتاب یاری کردند، کمال تشکر را دارم.

انتشارات مبتکران

فهرست مطالب

فصل ۱ : عددنویسی و الگوها ۷

فصل ۲ : کسر ۴۵

فصل ۳: نسبت، تناسب و درصد ۷۹

فصل ۴: هندسه (تقارن، زاویه و چندضلعی‌ها) ۱۰۵

فصل ۵: عددهای اعشاری ۱۲۱

فصل ۶: هندسه: اندازه‌گیری ۱۳۷

فصل ۷: آمار و احتمال ۱۶۵

فصل ۱ عددنویسی و الگوها

پاسخ‌نامه

«قسمت اول: عددنویسی»

«شناخت طبقات»

۱. **گزینه‌ی (ج)** این عدد دارای ۴ طبقه و ۱۰ رقم است.

نکته‌ی ۱: ترتیب طبقه‌ها در جدول ارزش مکانی در «عددنویسی» به صورت زیر است:

یکی، هزار، میلیون، میلیارد و...

توجه: در کشور ما (ایران) برای اعداد خیلی بزرگ از واحد میلیارد استفاده می‌کنند. مثلاً هزار میلیارد ریال.

هر طبقه دارای سه مرتبه است: یکان، دهگان و صدگان

به مرتبه همراهِ طبقه، ارزش مکانی می‌گویند. مثلاً در عدد ۳۲۱۰۷۴۵۹، رقم ۷ دارای ارزش مکانیِ «یکانِ هزار» و رقم ۳ دارای ارزش مکانی «دهگانِ میلیون» یا «ده میلیون» است. هم‌چنین ارزشِ مرتبه‌ی یکانِ میلیون، ۲ است.

۲. **گزینه‌ی (ب)** در عدد ۲۳۱۸۰۱۶۵۰۶، رقم ۱ در مرتبه‌ی دهگان هزار قرار دارد.

۳. **گزینه‌ی (د)**

نکته‌ی ۲: برای عددنویسی، ابتدا جدول ارزش مکانی را در نظر گرفته، اعداد داده شده را درطبقه‌ها ومرتبه‌های گفته شده نوشته، سپس درخانه‌های خالی، صفر می‌گذاریم.

برای حل این سؤال داریم:

یکی‌ها			هزار			میلیون			میلیارد (بیلیون)		
یکان	دهگان	صدگان	یکان	دهگان	صدگان	یکان	دهگان	صدگان	یکان	دهگان	صدگان
۹	۰	۰	۰	۶	۰	۷	۰	۰	۶	۴	

۴. **گزینه‌ی (د)** ارزش مکانیِ رقم بزرگ‌ترین مرتبه، ده میلیارد و ارزش مکانی عدد ۳، صد هزار است که در این صورت داریم:

$۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ \div ۱۰۰۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰$

۵. **گزینه‌ی (الف)** طبق جدولِ ارزش مکانی

۶. **گزینه‌ی (ج)** رقم‌های ۶ ، ۵ و ۴ در طبقه‌ی هزار قرار دارند که در میانِ گزینه‌ها فقط ۶ نوشته شده است.

۷. **گزینه‌ی (ج)**

نکته‌ی ۳: به هر رقم بدونِ ذکر ارزش مکانی آن (مرتبه و طبقه)، ارزش مطلق می‌گویند. مثال: ارزش مطلقِ رقمی که دارای ارزش مکانیِ صدگان میلیون در عددِ ۵۷۸۲۳۴۶۹۰۱ است، ۷ می‌باشد. یا ارزش مطلقِ رقمِ ۹ در این عدد، ۹ است.

۸. **گزینه‌ی (د)** کوچک‌ترین عدد ۲۰۴۷۹۶ می‌باشد.

۹. **گزینه‌ی (ه)**

نکته‌ی ۴: با توجه به ارزش مکانی هر رقم، می‌توان اعداد را گسترش (بسط) داد یعنی عدد را باز کرد. به طور مثال به باز شده یا گسترش داده شده‌ی عدد زیر توجه کنید:

$۶۷۳۵۴۲۰۱۹۸ = ۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۷۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۳۰۰۰۰۰۰۰ + ۵۰۰۰۰۰۰ + ۴۰۰۰۰۰ + ۲۰۰۰۰ + ۱۰۰ + ۹۰ + ۸$

همه‌ی گزینه‌ها معادل ۵۰۰۰۰۰ هستند غیر از گزینه‌ی (ه)

۱۰. **گزینه‌ی (ج)** عددی ۱۱ رقمی مثال می‌زنیم:

یکان میلیون ↓ ۹۸۰۷۶۵۴۰۳۲۱ و دهگان هزار ↓ ۱۲۳۰۴۵۶۷۰۸۹

۱۱. **گزینه‌ی (ج)**

۱۲. **گزینه‌ی (الف)**

بزرگ‌ترین: ۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹ ، کوچک‌ترین: ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ ← تفریق ← ۹۹۸۹۹۹۹۹۹۹۹

۱۳. **گزینه‌ی (الف)**

نکته‌ی ۵: اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عددِ * رقمی، شامل (۱−*) رقمِ ۹ است. به طور مثال اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عددِ ۷ رقمی، شامل ۶ رقمِ ۹ است. زیرا: $۹۹۹۹۹۹۹ - ۱۰۰۰۰۰۰ = ۸۹۹۹۹۹۹$

نکته‌ی ۶: اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد * رقمی، هیچ‌گاه بر ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۸، ۹، ۱۰ و ۱۵ بخش‌پذیر نیست.

۱۴. **گزینه‌ی (ب)**

کوچک‌ترین عدد ۷ رقمی: ۱۰۰۰۰۰۰ ، بزرگ‌ترین عدد ۶ رقمی: ۹۹۹۹۹۹ ← اختلاف ← ۱

۱۵. **گزینه‌ی (د)**

۱۰۲۳۴۵۶۷۸ : کوچک‌ترین عدد ۹ رقمی بدون تکرار ارقام
۹۸۷۶۵۴۳۲ : بزرگ‌ترین عدد ۸ رقمی بدون تکرار ارقام
} اختلاف ← ۳۵۸۰۲۴۶

۱۶. **گزینه‌ی (ج)**

۱۷. **گزینه‌ی (ب)** $۵۰۰۰۰۰۰ - ۴۰۰۰۰۰ = ۴۶۰۰۰۰۰$

۱۸. **گزینه‌ی (الف)** این عدد حتماً شاملِ رقمِ صفر می‌باشد پس حاصل‌ضرب ارقام آن صفر می‌شود.

۱۹. **گزینه‌ی (ج)** این عدد حتماً شامل رقم صفر است.

۲۰. **گزینه‌ی (الف)**

۲۱. **گزینه‌ی (د)**

نکته‌ی ۷: به طورِ مثال مقلوبِ عددِ ۱۲۳، عدد ۳۲۱ و مقلوب عدد ۲۵۹۷، عددِ ۷۹۵۲ می‌باشد.

با مقلوبش برابر نیست ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۱ ← مقلوب ← ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۱

۲۲. **گزینه‌ی (د)** این اعداد عبارت‌اند از: ۴۲۱ و ۸۴۲

۲۳. **گزینه‌ی (ج)** این عدد ۸۴۲۱ می‌باشد.

۲۴. **گزینه‌ی (د)**

$$\begin{array}{r} ۳۰۰۰۰۰۰۹۶۰ \\ +\quad ۸۵۰۰۱۳۰۰۰ \\ +۷۰۰۰۰۵۰۰۰۵۰ \\ \hline ۷۳۸۵۰۵۱۳۰۱۰ \end{array}$$

۲۵. **گزینه‌ی (ه)** جمع رقم هزارگان و صدگان، ۳ شده است که در این صورت ۳ حالتِ مختلف داریم:

حالت اول: اگر رقم یکان هزار ۱ و رقم صدگان ۲ باشد، در این صورت رقم دهگان ۸ و رقم یکان ۸ می‌شود یعنی عدد ۱۲۸۸ می‌شود که چون دارای دو رقم مساوی است غیرقابل قبول می‌شود.

حالت دوم: رقم یکان هزار ۲ و رقم صدگان ۱ باشد که با شرایط مسئله عدد ۲۱۴۹ به دست می‌آید و قابل قبول است.

حالت سوم: رقم یکان هزار، ۳ و رقم صدگان صفر باشد که در این صورت عدد ۳۰۰۱۰ به دست می‌آید که غیرقابل قبول است.

۲۶. **گزینه‌ی (ب)** $۴۲۱۰۰۰۰۷ < ۴۲۱۰۰۰۰۰۷$

۲۷. **گزینه‌ی (ج)** هفتاد و پنج میلیارد و شش هزار و چهارصد و پنج $= ۷۵۰۰۰۰۶۴۰۵$

۲۸. **گزینه‌ی (د)** $۶۲۰۰۰۰۰۰۰۸۰ > ۶۲۰۰۰۰۰۰۰۸۰$

۲۹. **گزینه‌ی (الف)**

۹۷۵۲۰ : بزرگ‌ترین
۲۰۵۷۹ : کوچک‌ترین
} اختلاف ← ۷۶۹۴۱

۳۰. **گزینه‌ی (ب)**

$۲۱۲۱۲۱۲ + ۱۲۱۲۱۲۱ = ۳۳۳۳۳۳۳$
۱۱۱۱۱۱۱ = کوچک‌ترین عدد ۷ رقمی با رقم‌های یکسان
} تقسیم بر ۳

۳۱. **گزینه‌ی (الف)** بزرگ‌ترین عددِ زوجِ نوشته شده با ارقام داده شده، عدد ۹۸۷۵۶ است.

۳۲. **گزینه‌ی (ج)** کوچک‌ترین عدد زوج ۶ رقمی با ارقام داده شده، عدد ۲۰۴۷۹۶ است.

۳۳. **گزینه‌ی (ج)**

۹۹۹۹۹۹۹۹۹ = بزرگ‌ترین عدد ۱۰ رقمی
۹۹ = بزرگ‌ترین عدد ۲ رقمی
} تقسیم ← ۱۰۱۰۱۰۱۰۱

۳۴. **گزینه‌ی (ه)**

۳۵. **گزینه‌ی (ب)** رقم یکان هزار نمی‌تواند ۲ یا بیش‌تر باشد. پس رقم یکان هزار، ۱ است پس عدد می‌شود: ۱۹۲۶

۳۶. **گزینه‌ی (ه)** اگر دهگان ۱ باشد، ارقام ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ می‌تواند یکان باشد پس ۸ عددِ ۲ رقمی با دهگانِ ۱ داریم. اگر دهگان ۲ باشد، ارقام ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ می‌تواند یکان باشد، که ۷ عددِ ۲ رقمی می‌شوند. به همین ترتیب، اگر دهگان ۳ باشد، برای یکان ۶ رقم و به همین ترتیب اگر دهگان ۹ باشد، یکان صفر می‌شود یعنی ۱ عدد ۲ رقمی (۹۰) می‌توان نوشت. پس تعداد همه‌ی اعداد نوشته شده به این صورت برابر است با: $۱+۲+۳+\cdots+۸=۳۶$

۳۷. **گزینه‌ی (د)** $۹۹۹۹۹+۷=۱۰۰۰۰۶$

۳۸. **گزینه‌ی (ج)**

حالت اول: اولین رقمِ سمتِ چپِ عدد، (یکان هزار)، رقم ۱ باشد، دو عدد: ۱۲۱۲ و ۱۲۳۲

حالت دوم: عدد با ۲ شروع شده باشد، ۴ عدد: ۲۳۲۳ و ۲۳۲۱ و ۲۱۲۳ و ۲۱۲۱

حالت سوم: عدد با ۳ شروع شده باشد، ۲ عدد: ۳۲۳۲ و ۳۲۱۲

۳۹. **گزینه‌ی (د)** ۲ عدد می‌توان با شرایط مسئله نوشت: ۳۱۲۱۳۲ و ۲۳۱۲۱۳

۴۰. **گزینه‌ی (الف)** ۱۰ سال بعد یعنی سال ۲۰۱۸، رقم یکان ۴ برابر رقم هزارگان می‌شود.

۴۱. **گزینه‌ی (ه)** کم‌ترین مجموع، ۵۳۷ می‌شود:

۱	۰	۲			۱	۳	۲
۴	۳	۵	یا		۴	۰	۵
۵	۳	۷			۵	۳	۷

۴۲. **گزینه‌ی (ب)** $۴۵۶+۴۶۵+۵۴۶+۵۶۴+۶۴۵+۶۵۴=۳۳۳۰$

۴۳. **گزینه‌ی (ج)** رقم ۴ و هر دو رقمِ ۲ باید برداشته شود.

۴۴. **گزینه‌ی (ه)** علامت ▼ عدد ۶۰ را نشان می‌دهد، پس ▼▼ عدد ۱۲۰ را نشان می‌دهد و چون ▽ ، نشان دهنده‌ی ۱ است پس ▽▽▽▽ عدد ۴ را نشان می‌دهد. پس داریم:

۴۵. **گزینه‌ی (الف)** می‌دانیم $۷۰=۷\times۵\times۲\times۱$ می‌شود. بزرگ‌ترین عدد ۴ رقمی که می‌توان با ارقام ۱، ۲، ۵ و ۷ ساخت، عددِ ۷۵۲۱ می‌باشد که: $۷۵۲۱\div۳=۲۵۰۷$

۴۶. **گزینه‌ی (ب)**

۹۹۹۹۹۹ : بزرگ‌ترین عدد ۶ رقمی متقارن
۱۰۰۰۱ : کوچک‌ترین عدد ۵ رقمی متقارن
} اختلاف ← ۹۸۹۹۹۸

۴۷. **گزینه‌ی (د)** صدگان این عدد ۳ می‌باشد زیرا بین ۳۰۱ و ۳۷۰ است. پس مجموع رقم یکان و رقم دهگانش باید ۱۲ شود. زیرا: $۱۲=۳-(۳\times۵)$. چون این عدد فرد است، یا عدد ۳۳۹ و یا عدد ۳۵۷ می‌تواند باشد و چون رقم‌هایش متمایزند، عدد ۳۵۷ جواب است.

۴۸. **گزینه‌ی (ب)** اولین عدد متقارن قبل از ۲۰۰۲، عدد ۱۹۹۱ است که می‌شود ۱۱ سال قبل.

۴۹. **گزینه‌ی (الف)** یا عدد باید ۶۳۳۳۳ شود یا باید ۶۲۶۶۶ شود که کم‌تر از عدد قبلی است. پس داریم: $۶۲۶۶۶ - ۶۲۲۲۲ = ۴۴۴$

۵۰. **گزینه‌ی (ه)** چون کوچک‌ترین عدد طبیعی با شرایط مسئله را می‌خواهیم، پس هر چه تعداد ارقام کم‌تر باشد، کوچک‌تر است پس فرض می‌کنیم بیش‌تر ارقامِ این عدد، ۹ می‌باشد. داریم:

$$\begin{array}{r|l} ۲۰۰۶ & ۹ \\ -\,۱۹۹۸ & ۲۲۲ \\ \hline ۸ & \end{array} \quad \rightarrow ۲۰۰۶ = (۲۲۲\times ۹) + ۸ \rightarrow \underbrace{۸\,۹۹۹\ldots۹}_{\text{۲۲۲رقم ۹}}$$

۵۱. **گزینه‌ی (الف)** ۲۰ عدد طبیعی با این شرایط داریم:

۲۱۰, ۳۱۰, ۳۲۰, ۳۲۱, ۴۱۰, ۴۲۱, ۴۳۰, ۴۳۱, ۴۳۲, ۵۱۰, ۵۲۰, ۵۲۱, ۵۳۰, ۵۳۱, ۵۳۲, ۵۴۰
۵۴۱, ۵۴۲, ۵۴۳

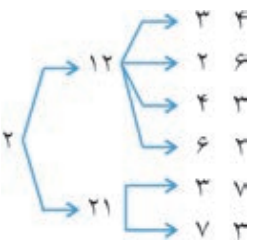
۵۲. **گزینه‌ی (ب)** عددهای ممکن عبارت‌اند از: ۱۱۱۱۱ ، ۱۱۱۲ ، ۱۱۳ ، ۱۲۲ ، ۱۴.

۵۳. **گزینه‌ی (ب)** ابتدا اعداد دو رقمی با رقم‌های متوالی را نوشته، سپس بین آن‌ها اعدادی را می‌یابیم که حاصل‌ضرب دو عدد متوالی باشد.

۱۰, (۱۲), ۲۱, ۲۳, ۳۲, ۳۴, ۴۳, ۴۵, ۵۴, (۵۶), ۶۵, ۶۷, ۷۶, ۷۸, ۸۷, ۸۹, ۹۸

۳×۴ ۷×۸

۵۴. **گزینه‌ی (ج)** سؤال را از آخر حل کردن و به جواب می‌رسیم:



آن اعداد عبارت‌اند از: ۳۴، ۲۶، ۴۳، ۶۲، ۳۷ و ۷۳ که ۶ تا هستند.

۵۵. **گزینه‌ی (الف)**

نکته‌ی ۸: اگر اعدادِ طبیعی متوالی را مورد بررسی قرار دهیم، داریم:

– از عدد ۱ تا ۹۹، از هر رقم (غیر از صفر)، به تعداد ۲۰ تا و از رقم صفر ۹ تا داریم.

– از عدد ۱۰۰ تا ۱۹۹، از هر رقم (غیر از یک) به تعداد ۲۰ تا و از رقم ۱، ۱۲۰ تا داریم.

– از عدد ۲۰۰ تا ۲۹۹، از هر رقم (غیر از دو)، به تعداد ۲۰ تا و از رقم ۲، ۱۲۰ تا داریم.

– از عدد ۳۰۰ تا ۳۹۹، از هر رقم (غیر از سه)، به تعداد ۲۰ تا و از رقم ۳، ۱۲۰ تا داریم.

به همین ترتیب، به طور مثال از عدد ۷۰۰ تا ۷۹۹، از هر رقم (غیر از ۷) به‌تعداد ۲۰ تا و از رقم ۷، ۱۲۰ تا داریم.

۵۶. **گزینه‌ی (ج)** از ۱ تا ۴۹۹، $۱۰۰ = ۲۰\times۵$ تا رقم ۵ از ۵۰۰ تا ۵۹۹، ۱۲۰ تا رقم ۵ و از ۶۰۰ تا ۶۳۰، اعدادِ ۶۰۵ ، ۶۱۵ ، ۶۲۵ ، ۶۳۵ ، ۶۴۵ ، ۶۵۰ ، ۶۵۱ ، ۶۵۲ ، ۶۵۳ ، ۶۵۴ ، ۶۵۵ ، ۶۵۶ ، ۶۵۷ ، ۶۵۸ ، ۶۵۹ دارای رقم ۵ هستند که تعدادِ رقم‌های ۵ به کار برده در این اعداد، ۱۶ تا است. پس تعداد کل رقم ۵ به کار برده می‌شود: $۱۰۰ + ۱۲۰ + ۱۶ = ۲۳۶$

۵۷. **گزینه‌ی (د)**

نکته‌ی ۹: برای به دست آوردن تعداد ارقام به شرط شروع از یک و خاتمه به عددی دو رقمی، کافی است

همه‌ی اعداد را دو رقمی در نظر گرفته، یعنی تعدادِ اعداد را در ۲ ضرب کرده و با توجه به اینکه ۹ عددِ یک رقمی داریم، حاصل را منهای ۹ کنیم. با توجه به اینکه تعداد اعدادِ یک رقمی ۹ تا و تعداد اعداد دو رقمی ۹۰ تا می‌باشد، برای به دست آوردن تعداد ارقام از یک تا عددی سه رقمی، ابتدا همه‌ی اعداد را ۳ رقمی در نظر گرفته، پس تعداد را در ۳ ضرب می‌کنیم و از حاصل ۱۰۸ رقم کم می‌کنیم. زیرا: $(۲\times۹)+۹۰=۱۰۸$

هم‌چنین برای به دست آوردن تعداد ارقام از یک تا عددی چهاررقمی، ابتدا همه‌ی اعداد را ۴ رقمی در نظر گرفته، تعداد را در ۴ ضرب کرده و از حاصل ۱۱۰۷ رقم کم می‌کنیم.

برای حل این سؤال، با توجه به نکته‌ی گفته شده، تعداد ارقام به کار رفته برابر است با: $(۱۵۰\times۳)-۱۰۸=۴۵۰-۱۰۸=۳۴۲$

۵۸. **گزینه‌ی (د)** **روش اول:** ابتدا تعداد ارقام از ۱ تا ۹۹ را به دست آورده، سپس ۳ رقم به خاطرِ عدد ۱۰۰ به آن اضافه می‌کنیم:

$[(۹۹\times۲)-۹]+۳=۱۸۹+۳=۱۹۲$

روش دوم: استفاده از نکته‌ی گفته شده: $(۱۰۰\times۳)-۱۰۸=۱۹۲$

۵۹. **گزینه‌ی (ب)**

نکته‌ی ۱۰: اگر تعداد رقم‌های استفاده شده از ۱۱ تا ۱۸۹ باشد، به این معنا است که از عدد یک تا عددی دو رقمی را به طور متوالی نوشته‌ایم و اگر تعداد رقم‌های استفاده شده از ۱۹۲ تا ۲۸۸۹ باشد، یعنی از عدد یک تا عددی سه رقمی را به طور متوالی پشت سر هم نوشته‌ایم. برای به دست آوردن تعدادِ اعداد، کافی است برعکسِ آنچه در نکته‌ی ۹ گفته شد را انجام دهیم.

با توجه به نکته‌ی گفته شده، چون ۲۲۸ بین ۱۹۲ و ۲۸۸۹ است، پس از یک تا عددی ۳ رقمی را پشت سر هم نوشته‌ایم. بنابراین کافی است عملِ عکس را انجام دهیم. یعنی ۱۰۸ تا به تعداد ارقام اضافه کرده، حاصل را بر ۳ تقسیم می‌کنیم:

$۲۲۸+۱۰۸=۳۳۶\rightarrow ۳۳۶\div۳=۱۱۲$ صفحه

۶۰. **گزینه‌ی (ب)** چون ۱۰۰ بین ۱۱ و ۱۸۹ است، داریم: $۱۰۰+۹=۱۰۹$

امّا ۱۰۹ بر ۲ تقسیم نمی‌شود بنابراین یکی از آن کم می‌کنیم تا امکان‌پذیر شود: $۱۰۹-۱=۱۰۸\rightarrow ۱۰۸\div۲=۵۴$

یعنی اعداد از ۱ تا ۵۴ پشت سر هم نوشته شده است ولی یک رقم بیش‌تر دارد:

$\underbrace{۱۲۳۴۵۶۷\ldots۵۳۵۴۵}_{\text{۱۰۰ رقم}}۵$

حال کافی است ببینیم از عدد ۱ تا ۵۴ چند بار از رقم ۱ استفاده شده است:

$\underbrace{۱}_{\text{۱ بار}},\underbrace{۱۰,۱۱,۱۲,\ldots,۱۹}_{\text{۱۱ بار}},\underbrace{۲۱,۳۱,۴۱,۵۱}_{\text{۴ بار}}\rightarrow ۱+۱۱+۴=۱۶$

۶۱. **گزینه‌ی (ج)** مجموع ارقامِ ۱ تا ۹، ۴۵ می‌شود و مجموع ارقام یکان اعدادِ ۱۰ تا ۱۹، ۴۵ و مجموع ارقام دهگان آن‌ها ۱۰ می‌شود. مجموع ارقام یکانِ اعدادِ ۲۰ تا ۲۹، ۴۵ و مجموع ارقام دهگان آن‌ها ۲۰ می‌شود. به همین صورت مجموع ارقام یکانِ اعدادِ ۹۰ تا ۹۹، ۴۵ و مجموع ارقام دهگان آن‌ها، ۹۰ می‌شود. پس در کُل، مجموع ارقامِ همه‌ی یکان‌ها $۱۰\times۴۵=۴۵۰$ و مجموع ارقام دهگان‌های آن‌ها نیز: $۴۵۰=۹۰+\cdots+۳۰+۲۰+۱۰$ می‌شود. پس مجموع ارقام اعداد از ۱ تا ۹۹، $۴۵۰+۴۵۰=۹۰۰$ می‌شود که اگر مجموع ارقامِ عدد ۱۰۰ یعنی ۱ را اضافه کنیم، ۹۰۱ جوابِ سؤال می‌شود.

۶۲. **گزینه‌ی (ب)** چون هزارمین رقم را می‌خواهیم و ۱۰۰۰ بینِ ۱۹۲ تا ۲۸۸۹ است، و با توجه به نکته‌ی ۹، کافی است عمل عکس را انجام دهیم:

چون ۱۱۰۸ به ۳ تقسیم نمی‌شود، یکی از آن کم می‌کنیم. داریم: $۱۰۰۰+۱۰۸=۱۱۰۸ \rightarrow ۱۱۰۸-۱=۱۱۰۷ \rightarrow ۱۱۰۷ \div ۳ = ۳۶۹$

با توجه به این‌که قبلاً یکی کم کرده بودیم، آن را بعد از عدد ۳۶۹ می‌آوریم. داریم:

پس هزارمین رقم، ۳ است.

$\underbrace{۱۲۳۴۵۶\ldots۳۶۸۳۶۹}_{\text{هـــزار رقـــم}}\textcircled{۳}۷۰$

«اصلِ ضرب»

۶۳. **گزینه‌ی (الف)**

نکته‌ی (!): اصلِ ضرب: هرگاه برای انجام هر یک از قسمت‌های کوچک‌تر عملی، تعدادی انتخاب داشته باشیم، برای به دست آوردن تعدادِ انتخاب‌های کلِ عمل، آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

راه $۳ \times ۲ = ۶ \rightarrow$

۶ راه برای رفتن از تهران به دریا از مسیر کرج وجود دارد.

۶۴. **گزینه‌ی (د)** هم در یکان و هم در دهگان می‌توان از ارقام ۰، ۲، ۴، ۶ و ۸ یعنی ۵ رقم استفاده کرد و در صدگان می‌توان از ارقامِ ۲، ۴، ۶ و ۸ یعنی ۴ استفاده کرد. طبق اصلِ ضرب داریم:

	صدگان	دهگان	یکان	
تعدادِ انتخاب‌ها $\rightarrow$	۴	۵	۵	$= ۱۰۰$
	۲	۰	۰	
	۴	۲	۲	
	۶	۴	۴	
	۸	۶	۶	
		۸	۸	

۶۵. **گزینه‌ی (ب)** چون ارقامِ فردِ مختلف خواسته شده است پس، از عددی که در دهگان استفاده شده، نباید در یکان استفاده کرد. یعنی اگر برای دهگان ۵ انتخاب داریم، برای یکان یکی کم‌تر می‌شود. به‌طور مثال اگر در دهگان از رقم ۹ استفاده کنیم، در یکان نباید ۹ استفاده کنیم زیرا سؤال ۹۹ را نمی‌خواهد.

	دهگان	یکان	
تعدادِ انتخاب‌ها $\rightarrow$	۵	۴	$= ۲۰$
	۱,۳,۵,۷,۹	۱,۳,۵,۷	

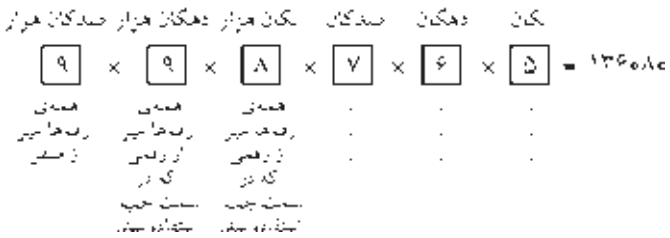
۶۶. **گزینه‌ی (د)**

تعدادِ انتخاب‌ها $\rightarrow$ ۳ (۳,۲,۱) $\times$ ۳ (۳,۲,۱) $\times$ ۳ (۳,۲,۱) $= ۲۷$

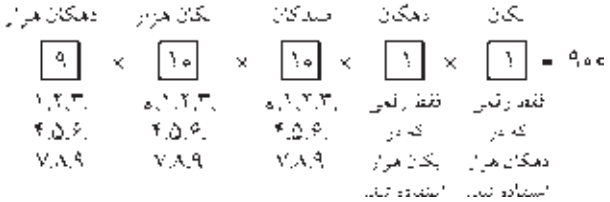
۶۷. **گزینه‌ی (ج)**

	دهگان هزار	یکان هزار	صدگان	دهگان	یکان	
تعدادِ انتخاب‌ها $\rightarrow$	۹	۱۰	۱	۱۰	۱	$= ۹۰۰$
رقم‌هایی که می‌توان استفاده کرد	۱,۲,۳, ۴,۵,۶, ۷,۸,۹	۰,۱,۲,۳, ۴,۵,۶, ۷,۸,۹	۸	۰,۱,۲,۳, ۴,۵,۶, ۷,۸,۹	۲	

۶۸. **گزینه‌ی (الف)**



۶۹. **گزینه‌ی (د)** فقط رقمی که در دهگان هزار استفاده می‌کنیم باید در یکان استفاده کرد. هم‌چنین فقط رقمی که در یکان هزار استفاده می‌کنیم، همان رقم باید در دهگان استفاده شود. امّا هر رقمی را می‌توان در صدگان قرار داد. بنابراین داریم:



«یادآوری اعمال ریاضی (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم)»

«اولویت اعمال ریاضی»

۷۰. **گزینه‌ی (الف)**

نکته‌ی ۱۲: اولویت اعمالِ ریاضی در دبستان: ۱- آکولاد {}؛ ۲- کروشه []؛ ۳- پرانتز ()؛ ۴- ضرب و تقسیم؛ ۵- جمع و تفریق

توجه: اگر در عبارتی فقط ضرب و تقسیم باشد، ابتدا باید عملی را انجام دهیم که از سمتِ چپ زودتر آمده باشد، زیرا ریاضی از چپ به راست است.

توجه: اگر بینِ عدد و پرانتزی علامتی نباشد، ضرب در نظر می‌گیریم.

$$۲+۲\left\{\underbrace{[\underbrace{۱۸\div ۳}_{۶}\times ۷]}_{۴۲}+۳\times[\underbrace{(\underbrace{۲\times ۵۰}_{۱۰۰}\div ۵)}_{۲۰}-۲(۶\div ۲(\underbrace{۱۴-\underbrace{۴\times ۳}_{۱۲}}_{۲}-۱))]\right\}$$

$$=۲+۲\times\left\{۴۲+۳\times[۲۰-۲\times(\underbrace{۶\div ۲\times ۲-۱}_{۶})]\right\}=۲+۲\times\left\{۴۲+\underbrace{۳\times[\underbrace{۲۰-\underbrace{۲\times ۵}_{۱۰}}_{۱۰}]}_{۳۰}\right\}=۲+۲\times\{\underbrace{۴۲+۳۰}_{۷۲}\}=۲+\underbrace{۲\times ۷۲}_{۱۴۴}=۱۴۶$$

۷۱. **گزینه‌ی (ه)** پاسخ گزینه‌ی (ه)، ۵۰ و پاسخ گزینه‌های دیگر، ۴۰۰ می‌شود.

۷۲. **گزینه‌ی (ب)**

$$۱+۲\times(۱+۲\times(\underbrace{۱+\underbrace{۲\times(۱+۲)}_{۶}}_{۷}))=۱+۲\times(\underbrace{۱+\underbrace{۲\times ۷}_{۱۴}}_{۱۵})=۱+\underbrace{۲\times ۱۵}_{۳۰}=۳۱$$

۷۳. **گزینه‌ی (ب)** ترتیب بزرگی گزینه‌ها به صورت زیر می‌شود:

$$۳\times(۲۰۰۷\times ۲۰۰۸)>۲\times(۲۰۰۷\times ۲۰۰۸)>۲\times(۲۰۰۷+۲۰۰۸)>۳+(۲۰۰۷+۲۰۰۸)>۲+(۲۰۰۷+۲۰۰۸)$$

(ب) (الف) (ج) (ه) (د)

۷۴. **گزینه‌ی (د)** $۳+۲\times(۳+۲\times(۳+\overbrace{۲\times(\overbrace{۳+۲}^{۵})}^{۱۰}+۲)+۳)=۳+۲\times(۳+\underbrace{۲\times(۱۵)}_{۳۰}+۳)=۳+\underbrace{۲\times(۳۶)}_{۷۲}=۳+۷۲=۷۵$

۷۵. **گزینه‌ی (ب)** توجه کنید که دست کم یک عدد باید بیش از سه رقم داشته باشد، پس برای به دست آوردن کم‌ترین حاصل‌جمع، باید نوار را طوری ببریم که رقم هزارگان کم‌ترین مقدار ممکن باشد: ۲۵۸ | ۱۹۵۳ | ۷۶۴

۷۶. **گزینه‌ی (الف)** برای حل این سؤال، برعکس عمل می‌کنیم. داریم: $۲۱۴۴+۷۹۶=۲۹۴۰\rightarrow ۲۹۴۰\div ۱۰۵=۲۸$

۷۷. **گزینه‌ی (الف)** عمل جمع استفاده نمی‌شود زیرا: $((۳\div ۲)\times ۴)-۵=۱$

«یادآوری جمع و تفریق»

۷۸. **گزینه‌ی (ج)** باید بزرگ‌ترین عدد ۲ رقمی را از کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی که می‌توان با ارقام داده شده نوشت، کم کنیم:

$$\begin{array}{r} ۶\ ۵\ ۳- \\ \hline ۹\ ۷ \\ \hline ۲\ \boxed{۵}\ ۹ \end{array}$$

۷۹. **گزینه‌ی (ه)**

۸۰. **گزینه‌ی (ه)**

$$\begin{array}{r} \boxed{۸}\ ۷\ ۲ \\ -\ ۳\ \boxed{۹}\ ۸ \\ \hline ۴\ ۷\ \boxed{۴} \end{array} \quad \Rightarrow \quad ۸+۹+۴=۲۱$$

۸۱. **گزینه‌ی (ب)** داریم:

$$\begin{array}{r} ۲\ \square\ \square\ \textcircled{۸} \\ -\ ۱\ \triangle\ \triangle\ ۹ \\ \hline ۷\ ۷\ ۹ \end{array} \rightarrow \square+\bigcirc+\triangle=۰+۸+۲=۱۰$$

۸۲. **گزینه‌ی (ه)** با توجه به این که $۱+۹=۲+۸=۳+۷=۴+۶=۱۰$ است مشخص است که او حتماً عدد ۵ را روی تخته نوشته است.

۸۳. **گزینه‌ی (ج)** بالا رفتن را با جمع و پایین آمدن را با تفریق نشان می‌دهیم. طبقه‌ای که خدمتکار سوار شد را $\square$ در نظر می‌گیریم. داریم: $\square+۸-۵-۲+۹=۱۲$

خدمتکار طبقه‌ی دوم سوار آسانسور شده است. $\square+۱۰=۱۲\rightarrow \square=۱۲-۱۰=۲$

۸۴. **گزینه‌ی (الف)** $۲۰۰۳+۱=۲۰۰۴\rightarrow ۲۰۰۴\div ۲=۱۰۰۲$

آن اعداد ۱۰۰۱ و ۱۰۰۲ هستند که مجموع ارقام عدد کوچک‌تر ۲ می‌شود.

۸۵. **گزینه‌ی (ب)**

عدد اول + عدد دوم $=۱۱۰$

عدد دوم + عدد سوم $=۱۳۰$ } جمع می‌کنیم $\longrightarrow$ $۲\times$ عدد اول $+۲\times$ عدد دوم $+۲\times$ عدد سوم $=۱۱۰+۱۳۰+۱۵۰$

عدد اول + عدد سوم $=۱۵۰$ } $\longrightarrow$ $۲\times$ (عدد اول + عدد دوم + عدد سوم) $=۳۹۰$

$\longrightarrow$ عدد اول + عدد دوم + عدد سوم $=۱۹۵$

چون مجموع عدد اول و دوم، ۱۱۰ می‌باشد، پس داریم: عدد سوم $=۱۹۵-۱۱۰=۸۵\rightarrow$ عدد سوم $+۱۱۰=۱۹۵$

۸۶. **گزینه‌ی (ب)** کم‌ترین حاصلِ این تفریق وقتی به دست می‌آید که اختلافِ دو عدد بسیار کم باشد. لذا عدد ۳ رقمی را کوچک و عدد ۲ رقمی را تا حد امکان بزرگ در نظر می‌گیریم:

$$\begin{array}{r} ۳۴۶ \\ -\ \ ۹۷ \\ \hline ۲۴۹ \end{array}$$

۸۷. **گزینه‌ی (الف)** برعکس عمل می‌کنیم:

$$(\square-(۵-(\ ))-۲)-۱=۱۰$$

$$\rightarrow \square-(۴)-۲=۱۰+۱=۱۱\rightarrow \square-۴=۱۱+۲=۱۳\ \rightarrow \square=۱۳+۴=۱۷$$

۸۸. **گزینه‌ی (ج)**

نکته‌ی ۱۳: در هر سه عدد متوالی طبیعی، عددِ وسط، میانگینِ دو عددِ دیگر است. یعنی اگر مجموع عدد اولی و عدد سومی را بر ۲ تقسیم کنید، عددِ وسط به دست می‌آید این نکته برای هر تعدادِ فرد از اعداد متوالی طبیعی، برقرار است.

برای حل این سؤال، با توجه به نکته‌ی گفته شده، داریم: عدد وسطی $۱۱۸\div۲=۵۹$

$$\rightarrow ۵۸,۵۹,۶۰\rightarrow ۵+۸+۵+۹+۶+۰=۳۳$$

۸۹. **گزینه‌ی (ج)** می‌دانیم جمع خاصیت جابه‌جایی دارد یعنی مثلاً $۱+۳=۳+۱$ است. با جابه‌جا کردن اعداد داده شده داریم:

$$\underbrace{۲۰۱۲+۱۹۸۸}_{۴۰۰۰}+\underbrace{۲۰۱۱+۱۹۸۹}_{۴۰۰۰}+\underbrace{۲۰۱۰+۱۹۹۰}_{۴۰۰۰}=۱۲۰۰۰$$

۹۰. **گزینه‌ی (ج)**

نکته‌ی ۱۴: اگر از حاصل جمع چهار عدد طبیعی متوالی، ۲ واحد کم کنیم، حاصل حتماً بر ۴ بخش‌پذیر می‌شود.

در میان گزینه‌ها اگر از عدد ۲۰۰۲، ۲ واحد کم کنیم، حاصل بر ۴ بخش‌پذیر می‌شود.

۹۱. **گزینه‌ی (ب)** در میان گزینه‌ها، عدد ۲۰۰۱ به دست نمی‌آید ولی برای به دست آوردن اعداد دیگر داریم:

$$۲۰۰۲+۲۰۰۳+۲۰۰۴-۲۰۰۵-۲۰۰۶=۱۹۹۸$$

$$۲۰۰۲+۲۰۰۳-۲۰۰۴-۲۰۰۵+۲۰۰۶=۲۰۰۲$$

$$۲۰۰۶-۲۰۰۵+۲۰۰۴-۲۰۰۳+۲۰۰۲=۲۰۰۴$$

$$۲۰۰۶+۲۰۰۵-۲۰۰۴-۲۰۰۳+۲۰۰۲=۲۰۰۶$$

۹۲. **گزینه‌ی (د)**

$$۱۳۹۲+۱۳۹۱+۱۳۹۰-۳۹۱-۳۹۲-۳۹۰=\underbrace{۱۳۹۲-۳۹۲}_{۱۰۰۰}+\underbrace{۱۳۹۱-۳۹۱}_{۱۰۰۰}+\underbrace{۱۳۹۰-۳۹۰}_{۱۰۰۰}=۳۰۰۰$$

۹۳. **گزینه‌ی (ب)** برای به دست آوردن حداکثر مقدار تفریق باید عدد بالا را بزرگ‌ترین و عدد پائین را کم‌ترین مقدار ممکن در نظر بگیریم یعنی: $۹۸۷-۱۰۲=۸۸۵$

۹۴. **گزینه‌ی (الف)**

$$\begin{array}{r} ۹\ \boxed{۹}\ ۰\ \boxed{۱} \\ -\boxed{۶}\ ۹\ \boxed{۰}\ ۶ \\ \hline ۲\ ۹\ ۹\ ۵ \end{array}\ \longrightarrow ۶+۹+۰+۱=۱۶$$

۹۵. **گزینه‌ی (الف)** برای این که یکان ۷ شود، □ در یکان باید عدد ۶ و ○ در یکان باید ۹ باشد و چون □ در دهگان، یک واحد به یکان داده است و تفاضل اعدادِ دهگان، ۹ شده است، پس اعدادِ موجود در دهگان با هم برابر بوده‌اند. با توجه به اعدادِ داده شده در مسئله، اعداد موجود در دهگان، ۴ هستند و با توجه به ارقامِ باقی مانده و تحلیل، می‌توان نتیجه گرفت: ۶ ۴ ۳ ۹

۹۶. **گزینه‌ی (ب)** عدد ○○○ برابر است با ○□△×۳. تنها رقمی که می‌توان به جایِ ○ گذاشت، رقم ۵ است زیرا یکانِ ⑤×۳، رقمِ ⑤ می‌شود. پس داریم: $۱۴ = ⑤+△+①$ ⟶ $□△○ = ۵۵۵ ÷ ۳ = ۱۸۵$ ⟶ $۳ × □△○ = ۵۵۵$

۹۷. **گزینه‌ی (ج)** اگر این دانش‌آموز به هر ۱۲ سؤال، پاسخ درست می‌داد، ۱۲۰ امتیاز می‌گرفت و از آن‌جایی که با هر پاسخ غلط، علاوه بر این‌که ۱۰ امتیاز مثبت از دست می‌دهد، ۵ امتیاز منفی نیز می‌گیرد پس به ازای هر پاسخ غلط، ۱۵ امتیاز از او کم می‌شود.
او ۷۵ امتیاز گرفته، یعنی ۴۵ امتیاز نگرفته است و می‌دانیم ۴۵ = ۱۵×۳، پس این دانش‌آموز، به ۳ سؤال، پاسخ غلط داده است.

۹۸. **گزینه‌ی (ج)** $۴ ✻ ۵ = ۴ + ۴ - ۵ = ۳$

$۶ ✻ ○ = ۶ + ۶ - ○ = ۳ \rightarrow ۱۲ - ○ = ۳ \rightarrow \boxed{○ = ۹}$

۹۹. **گزینه‌ی (د)** جدول را کامل می‌کنیم. مجموع ارقام در هر سطر و هر ستون و هر قطر باید ۳۰ = ۶+۱۰+۱۴ شود:

۹	۱۴	۷
۸	۱۰	?=۱۲
۱۳	۶	۱۱

۱۰۰. **گزینه‌ی (الف)** اختلافِ سطرِ اول و سطر دوم، همان ○−□ است. پس:

$(□+○+□)-(○+□+○) = □-○ = ۱۱-۸ = ۳$

۱۰۱. **گزینه‌ی (ج)** **روش اول:** با حدس و آزمایش می‌توان فهمید که امیر اعداد ۴ و ۱۳ و ۷ و علی اعدادِ ۱۲ و ۸ و ۲۴ و ۵ و ۲۳ را خط زده که در این صورت عدد ۱۴ در جدول باقی می‌ماند و خط نمی‌خورد.

روش دوم: مجموع اعدادی که علی خط زده، ۳ برابر مجموع ارقامی است که امیر خط زده. پس مجموعِ کل اعدادی که خط خورده باید بر ۴ بخش‌پذیر باشد. چون مجموعِ تمام اعدادِ جدول، ۱۱۰ می‌شود، تنها گزینه‌ای که از ۱۱۰ کم شود تا حاصل بر ۴ بخش‌پذیر شود، عدد ۱۴ است. یعنی ۱۴ خط نمی‌خورد و باقی می‌ماند.

۱۰۲. **گزینه‌ی (ب)** از آن‌جایی که علایم یکی در میان + ، − هستند پس می‌توان گفت در هر ستون که تعداد ۱ ها زوج است حاصل صفر و در هر ستون که تعداد ۱ ها فرد است حاصل ۱ است، پس حاصل برابر است با: ۱۰۱۰۱۰۱۰۱۰

۱۰۳. **گزینه‌ی (د)**

نکته‌ی ۱۵: در مورد جمع اعداد زوج و فرد داریم:

زوج = زوج + زوج　　فرد = فرد + زوج　　زوج = فرد + فرد

جدول را به صورت زیر پُر می‌کنیم:

۱۰۴. **گزینه‌ی (د)** سه رقمِ حاصل، با هم برابر است. با جای‌گذاری و آزمایش اعدادِ ۱۱۱، ۲۲۲ و ۳۳۳ و... به عنوانِ حاصل، با جای‌گذاری عدد ۱۱۱ نتیجه می‌شود ۶ = □ و ۹ = ○ می‌باشد. زیرا: ۶+۶+۹۹ = ۱۱۱

۱۰۵. **گزینه‌ی (ب)** هر بار که ۳ عدد از کیسه در می‌آوریم، در واقع دو عدد در کیسه باقی می‌ماند. کافی است آن دو عدد را جمع کرده و از حاصلِ ۵ عدد کم کنیم. در این صورت اعدادِ نوشته شده روی کاغذ به دست می‌آیند: $۱۶+۸+۴+۲+۱=۳۱$

$۳۱-(۴+۸)=۱۹$	$۳۱-(۲+۴)=۲۵$	$۳۱-(۱+۲)=۲۸$
$۳۱-(۴+۱۶)=۱۱$	$۳۱-(۲+۸)=۲۱$	$۳۱-(۱+۴)=۲۶$
$۳۱-(۸+۱۶)=۷$	$۳۱-(۲+۱۶)=۱۳$	$۳۱-(۱+۸)=۲۲$
		$۳۱-(۱+۱۶)=۱۴$

حداکثر ۱۰ عدد مختلف روی کاغذ نوشته می‌شود.

۱۰۶. **گزینه‌ی (ه)** اگر هر ۵ دارت به ۱۰ امتیازی برخورد کند، $۵\times۱۰=۵۰$ امتیاز و اگر هر ۵ دارت به ۲ امتیازی برخورد کند، $۵\times۲=۱۰$ امتیاز حاصل می‌شود. پس امتیازات ۵۸ و ۶ به دست نمی‌آید. از طرفی چون همه‌ی امتیازها، عددی زوج هستند و حاصل جمع هر تعداد عدد زوج، عددی زوج می‌شود، پس عدد ۱۷ نیز به دست نمی‌آید ولی امتیازات ۱۴ و ۳۸ و ۴۲ به دست می‌آیند.

۱۰۷. **گزینه‌ی (الف)** با رسم جدولِ نظم‌دار (نظام‌دار)، داریم:

مجموع ارزش سکه‌ها	تعداد سکه‌ی ۲ ریالی	تعداد سکه‌ی ۵ ریالی
ریال $۵۵+۲=۵۷$	۱	۱۱
ریال $۵۰+۴=۵۴$	۲	۱۰
ریال $۴۵+۶=۵۱$	۳	۹
ریال $۴۰+۸=۴۸$	۴	۸

$\Rightarrow$ آرش، ۸ سکه‌ی ۵ ریالی و ۴ سکه‌ی ۲ ریالی دارد

۱۰۸. **گزینه‌ی (الف)** این شخص با یک سکه می‌تواند مقدارهای ۱ و ۳ و ۵ و ۱۰ دلاری را پرداخت کند، با دو سکه می‌تواند مقادیر $(۳+۱)$ و $(۵+۱)$ و $(۱۰+۱)$ و $(۵+۳)$ و $(۱۰+۳)$ و $(۱۰+۵)$ دلاری و با سه سکه می‌تواند مقادیر $(۵+۳+۱)$ و $(۱۰+۳+۱)$ و $(۱۰+۵+۱)$ و $(۱۰+۵+۳)$ دلاری و با چهار سکه می‌تواند یک مقدارِ $(۱۰+۵+۳+۱)$ دلاری را پرداخت کند که در کل، ۱۵ عددِ مختلف می‌شود.

۱۰۹. **گزینه‌ی (ب)** در بدترین حالت، مهره‌های بیرون آورده شده، زرد نیستند پس ۲۰ مهره‌ی سفید، ۱۲ مهره‌ی بنفش و ۱۰ مهره‌ی سبز یعنی مجموعاً ۴۲ مهره‌ی بیرون آورده شده، زرد نیستند ولی ۲ مهره‌ی آخر زرد می‌باشند که در این صورت $۴۲+۲=۴۴$ مهره باید بیرون آورده شود تا مطمئن باشیم ۲ مهره‌ی زرد بیرون آورده‌ایم.

«سری اعداد»

۱۱۰. **گزینه‌ی (ب)**

نکته‌ی ۶: **مجموع اعدادِ طبیعی از ۱ تا عددی، برابر است با نصفِ حاصل‌ضربِ عدد آخر در عدد بعدیِ آن.**

مجموع اعداد طبیعی = (عدد آخر × عدد بعدیش) ÷ ۲

$۱+۲+۳+۴+\cdots+۱۰۰=(۱۰۰\times۱۰۱)\div۲=۵۰۵۰$

۱۱۱. **گزینه‌ی (ج)**

نکته‌ی ۷: **مجموعِ اعدادِ فرد متوالی که از ۱ شروع می‌شوند برابر است با حاصل‌ضربِ تعدادِ آن‌ها در تعدادِ آن‌ها:**

مجموع اعداد فرد طبیعی = تعداد × تعداد

نکته‌ی ۱۸: مجموع اعداد زوج متوالی که از ۲ شروع می‌شوند برابر است با حاصل‌ضربِ تعدادِ آن‌ها در یکی بیش‌تر از تعداد:

مجموع اعداد زوج طبیعی = تعداد × (تعداد + ۱)

روش اول: استفاده از رابطه‌های گفته شده و تفریقِ حاصلِ آن‌ها:

$$\left.\begin{array}{l} \text{مجموع اعداد زوج: } \underbrace{۲+۴+۶+\cdots+۱۰۰}_{\text{تا ۵۰}} = ۵۰\times(۵۰+۱) = ۲۵۵۰ \\ \text{مجموع اعداد فرد: } \underbrace{۱+۳+۵+\cdots+۹۹}_{\text{تا ۵۰}} = ۵۰\times ۵۰ = ۲۵۰۰ \end{array}\right\} \rightarrow ۲۵۵۰ - ۲۵۰۰ = ۵۰$$

روش دوم:

$$\underbrace{(۱۰۰-۹۹)}_{۱} + \cdots + \underbrace{(۶-۵)}_{۱} + \underbrace{(۴-۳)}_{۱} + \underbrace{(۲-۱)}_{۱} = ۵۰\times ۱ = ۵۰ = (۲+۴+۶+\cdots+۱۰۰) - (۱+۳+۵+\cdots+۹۹)$$

۱۱۲. **گزینه‌ی (ب)**

نکته‌ی ۱۹: هرگاه در تعدادی از اعداد، هر عدد، با اضافه شدن مقدار ثابتی به عددِ قبلی‌اش، به دست آید، به آن «سری اعداد» یا «دنباله‌ای از اعداد» می‌گوییم مانند $۱,۲,۳,۴,\ldots,۱۰۰$ که یکی یکی اضافه شده‌اند یا مانندِ سریِ $۲,۵,۸,۱۱,\ldots,۱۰۴$ که به هر عدد، ۳ تا اضافه شده و عدد بعدی به دست آمده است.

برای به دست آوردن تعدادِ اعدادِ یک سری، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

تعداد اعداد در سری = [(عدد اول − عدد آخر) ÷ (فاصله‌ی دو عدد پشت سرهم)] + ۱

در موردِ تعدادِ اعداد طبیعیِ دنباله‌ی $۲ \overset{+۳}{,} ۵ \overset{+۳}{,} ۸ \overset{+۳}{,} \ldots \overset{+۳}{,} ۱۰۴$ داریم:

$$\text{تعداد} = [\overbrace{(۱۰۴-۲)}^{۱۰۲} \div ۳] + ۱ = ۳۵$$

۱۱۳. **گزینه‌ی (الف)**

نکته‌ی ۲۰: برای به دست آوردن حاصل مجموع اعدادِ سری، با داشتن تعدادِ اعداد، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

مجموعِ اعدادِ سری = [تعداد × (عدد اول + عدد آخر) ÷ ۲]

ابتدا تعداد را به دست می‌آوریم:

$$\text{تعداد} = [\overbrace{(۱۱۵-۳)}^{۱۱۲} \div ۴] + ۱ = ۲۹$$

$$\text{مجموع} = [\overbrace{(۳+۱۱۵)}^{۱۱۸} \times ۲۹] \div ۲ = ۱۷۱۱$$

۱۱۴. **گزینه‌ی (د)**

نکته‌ی ۲۱: برای به دست آوردن میانگینِ سریِ اعداد طبیعی، داریم:

میانگینِ سری = (عدد اول + عدد آخر) ÷ ۲

$$\text{میانگین} = (۵+۱۰۷) \div ۲ = ۵۶$$

۱۱۵. **گزینه‌ی (ج)** به هر نفر به تعدادِ میانگین سیب می‌رسد. پس داریم:

$$\text{سیب} = (۱+۱۹) \div ۲ = ۱۰$$

۱۱۶. **گزینه‌ی (ب)** چون اعداد یکی در میان از ۱ شروع شده‌اند، پس ۲۵۰ عدد داریم و دو به دو با هم جمع کردیم در نتیجه ۱۲۵ عدد ۲. پس می‌توان نوشت:

$$\underbrace{\frac{۱-۳}{۲}}_{} + \cdots + \underbrace{\frac{۴۹۵-۴۹۳}{۲}} + \underbrace{\frac{۴۹۹-۴۹۷}{۲}} = ۱۲۵\times ۲ = ۲۵۰$$

۱۱۷. گزینه‌ی (ب)

نکته‌ی ۲۲: برای به دست آوردن عددی در یک سری از اعداد طبیعی، داریم:

(فاصله‌ی دو عدد پشت سرهم) × (□ − ۱) + عدد اولِ سری = عددِ شماره‌ی □

توجه: این رابطه از رابطه‌ی به دست آوردن تعدادِ اعداد در یک سری به‌دست آمده است.

$$\text{صدمین عدد} = ۱ + \underbrace{(۱۰۰ - ۱)}_{۹۹} \times ۳ = ۱ + ۲۹۷ = ۲۹۸$$

۱۱۸. گزینه‌ی (الف)

$$۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + \cdots + ۲۳ + ۲۴ + ۲۵ = ۳۲۵$$

$$۲۶ + ۲۷ + ۲۸ + ۲۹ + ۳۰ + \cdots + ۴۸ + ۴۹ + ۵۰ = ۳۲۵ + \underbrace{(۲۵ \times ۲۵)}_{۶۲۵} = ۹۵۰$$

نکته‌ی ۲۳: هرگاه مجموعِ تعدادی از اعدادِ طبیعی را به ما بدهند و مجموعِ همان تعداد اعدادِ طبیعیِ بعدی را از ما بخواهند، داریم:

مجموع = مجموعِ اعداد طبیعیِ قبلی + (تعداد × تعداد)

۱۱۹. گزینه‌ی (ب)

نکته‌ی ۲۴: در یک سریِ اعداد طبیعی با تعدادِ فرد، میانگین با عددِ وسط سری برابر است.

$$۶۰, ۶۲, ۶۴, ۶۶, ۶۸ \rightarrow \text{عدد وسط} \qquad ۳۲۰ \div ۵ = ۶۴$$

۱۲۰. گزینه‌ی (ه)

$$\square - \triangle = (۴ + ۸ + ۱۲ + ۱۶ + \cdots + ۹۶ + ۱۰۰) - (۳ + ۶ + ۹ + ۱۲ + \cdots + ۷۲ + ۷۵)$$

$$= \underbrace{(۴ - ۳)}_{۱} + \underbrace{(۸ - ۶)}_{۲} + \underbrace{(۱۲ - ۹)}_{۳} + \underbrace{(۱۶ - ۱۲)}_{۴} + \cdots + \underbrace{(۹۶ - ۷۲)}_{۲۴} + \underbrace{(۱۰۰ - ۷۵)}_{۲۵}$$

$$= ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + \cdots + ۲۵ = (۲۵ \times ۲۶) \div ۲ = ۳۲۵$$

۱۲۱. گزینه‌ی (ج) عدد هفتم که همان عدد وسط است $۱۲۰۹ \div ۱۳ = ۹۳$

$$\rightarrow \underset{(۷)}{۹۳}, \underset{(۸)}{۹۵}, \underset{(۹)}{۹۷}, \underset{(۱۰)}{۹۹}, \underset{(۱۱)}{۱۰۱}, \underset{(۱۲)}{۱۰۳}, \underset{(۱۳)}{۱۰۵} \rightarrow ۱۰۵ - ۹۳ = ۱۲$$

۱۲۲. گزینه‌ی (د)

$$۱ + ۲ + ۳ + ۴ + \cdots + ? = ۷۸$$

$$\rightarrow [? \times (? + ۱)] \div ۲ = ۷۸ \rightarrow ? \times (? + ۱) = ۱۵۶ = ۱۲ \times ۱۳$$

بنابراین واگن‌های قطار در ایستگاه دوازدهم پُر می‌شود.

۱۲۳. گزینه‌ی (ج) کافی است تعداد اعداد زوج و فرد داده شده را به دست آوریم:

$$\left.\begin{array}{l} ۱, ۳, ۵, \ldots, ۱۹ \rightarrow \text{تعداد} = ۱۰ \\ ۲, ۴, ۶, \ldots, ۱۴ \rightarrow \text{تعداد} = ۷ \end{array}\right\} \xrightarrow{+} ۱۰ + ۷ = ۱۷ \text{ خانه}$$